Funktionentheorie 1

Sommersemester 2017

Abgabe: Dienstag, 16.05.2017 vor der Vorlesung, bitte Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppenzeit angeben!

Aufgaben, Blatt **Nr. 6**

6-1 Zeigen Sie, dass die Funktionalgleichung

$$\exp(x+y) = \exp x \cdot \exp y\,;\; x, y \in \mathbb{R}$$

die Funktionalgleichung

$$\exp(z+w) = \exp z \cdot \exp w\,;\; z, w \in \mathbb{C}$$

impliziert.

6-2 Berechnen Sie $\sup_{|z|\leq 1} |f(z)|$, wobei f definiert ist durch:

(a) $f(z) := z^4 - 2z + 1$

(b) $f(z) := \frac{3z^2+2}{3z-2}$

6-3 Seien $a, b \in \mathbb{C}$ linear unabhängig über $\mathbb{R}$, und sei $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$ eine holomorphe Funktion mit der Eigenschaft

$$f(z) = f(z+a) = f(z+b),\ \forall z \in \mathbb{C}.$$

Zeigen Sie, dass f konstant ist.

6-4 Sei $f : \mathbb{H} \longrightarrow \mathbb{C}$ eine beschränkte holomorphe Funktion auf der Halbebene $\mathbb{H} := \{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Im} z > 0\}$, so dass

$$\lim_{\mathrm{Im} z \to 0} f(z) = 0.$$

Zeigen Sie, $f \equiv 0$ auf $\mathbb{H}$.

Prof. Dr. Hans-Bert Rademacher
Philip Kupper