

Funktionentheorie 1

Sommersemester 2017

Abgabe: Dienstag, 02.05.2017 vor der Vorlesung, bitte Namen,
Matrikelnummer und Übungsgruppenzeit angeben!

Aufgaben, Blatt Nr. 4

4-1 Es seien $a_1, \dots, a_k \in \mathbb{C}$, $|a_1| < |a_2| < \dots < |a_k|$. Zeigen Sie:

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_1^n + \dots + a_k^n|} = |a_k|.$$

Hinweis: Entwickeln Sie die Funktion $f(z) = \sum_{j=1}^k \frac{1}{1-a_j z}$ in eine Potenzreihe um 0, und bestimmen Sie ihren Konvergenzradius.

4-2 (a) Bestimmen Sie

$$\int_{[-i, i]} z \cos z \, dz.$$

(b) Berechnen Sie das Wegintegral

$$\int_{\gamma} \operatorname{Im}(z) \, dz$$

für $\gamma = [a, b]$ die Strecke zwischen $a, b \in \mathbb{C}$ und für einen geschlossenen Kreis $\gamma = \kappa(r, z_0)$ vom Radius r und Mittelpunkt z_0 .

4-3 Berechnen Sie für einen Weg γ mit Anfangspunkt $1+i$ und Endpunkt $2i$ die Kurvenintegrale der folgenden Funktionen:

$$(a) \sin(1-i)z ; (b) iz^2 + 1 - 2iz^{-2} ; (c) (z+1)^{-3} ; (d) ze^{iz^2}.$$

4-4 Berechnen Sie das Wegintegral

$$\int_{\gamma} (2z + 3\bar{z}) \, dz,$$

wobei γ den Kreis $\{|z| = 1\}$ im positiven Sinne durchläuft.