

Mathematik I für Chemiker
15. Serie vom 04.02.04

53. Bestimmen Sie die Stammfunktionen der folgenden gebrochen-rationalen Funktion: $f(x) = \frac{2x^2 - 5x}{(x-1)^2(x+2)}$. (6 Punkte)

54. Der räumliche Bereich \mathbb{K} wird begrenzt von den Ebenen mit den Gleichungen

$$x = 1, \quad x = 2, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x + y + z = 3$$

Berechnen Sie das Bereichsintegral $\iiint_{\mathbb{K}} x \, dk$. (6 Punkte)

55. Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_{\gamma} \vec{f}(\vec{x}) \cdot d\vec{x}$, wenn das Vektorfeld \vec{f} und die Kurve γ wie folgt gegeben sind:

a) $\vec{f}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ und die Parameterdarstellung $\vec{x}: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ von γ sind definiert durch

$$\vec{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} xy \\ yz \\ xz \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 2t \end{pmatrix}$$

(6 Punkte)

b) $\vec{f}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $\vec{f}(x, y) = \begin{pmatrix} xy \\ y - x \end{pmatrix}$ und γ ist das vom Punkt $(0, 0)$ zum Punkt $(2, 0)$ führende Stück der Parabel mit der Gleichung $y = x^2$. (6 Punkte)

56. Berechnen Sie das Kurvenintegral des auf $\mathbb{D} = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, y \in \mathbb{R}\}$ definierten Vektorfeldes

$$\vec{f}: \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \vec{f}(x, y) = \begin{pmatrix} e^{\sqrt{x^2+y^2}} \\ 3y\sqrt{1-x^2} \end{pmatrix}$$

längs der geschlossenen Kurve γ , die aus der Strecke vom Punkt $(0, 0)$ zum Punkt $P = (0, 1)$, dem Kreisbogen von P bis $Q = (1, 0)$ (der Kreis hat den Mittelpunkt $(0, 0)$ und den Radius 1) und der Strecke von Q bis $(0, 0)$ zusammengesetzt ist. (6 Punkte)