

**20.07.2004 Klausur im HS 19 am Augustusplatz**  
**Prüfungshinweise**

Die Klausur Mathematik für Chemiker findet als 90-minütige Klausur statt. Zugelassen sind alle Studenten.

Die Klausur besteht aus 2 Teilen.

Der 1. Teil besteht aus 6 Fragen zu Begriffen oder Beispielen aus der Vorlesung. Für diesen Teil sind keinerlei Hilfsmittel zugelassen. Jede Frage wird mit null oder einem Punkt bewertet. Aus den unten aufgeführten Fragen werden diese 6 Fragen ausgewählt. Nach 12 Minuten ist der 1. Teil abzugeben.

Der 2. Teil ist ein Aufgabenteil. Als Hilfsmittel sind beliebige Taschenrechner oder ein Laptop (ohne Peripherie) sowie **EINE** Formelsammlung oder Lehrbuch erlaubt. Erlaubt sind schriftliche Aufzeichnungen aus Vorlesung oder Seminar. Verwendung anderer als die zugelassenen Hilfsmittel würde zum sofortigen Ausschluß von der Klausur führen.

Im Aufgabenteil sind 24 Punkte erreichbar.

Die Punkte aus Teil 1 und Teil 2 werden zu einer Note zusammengezählt.  
Datum: 20.07.2004, Wo: HS 19 am Augustusplatz, Ablauf:

16.15 Uhr Einlass (Einschreibung usw. - Ausweis mitbringen)

16.25 Uhr Beginn Teil 1      16.37 Uhr Abgabe Teil 1

16.45 Uhr Beginn Teil 2      18.15 Abgabe von Teil 2

## Fragen zu Teil 1

1. Wie ist das Kurvenintegral  $\int_{\gamma} \vec{f} \cdot d\vec{x}$  der vektorwertigen Funktion  $\vec{f}$  längs des Weges  $\gamma$  definiert?
2. Wann heißt ein solches Kurvenintegral wegunabhängig?
3. Welche Kraftfelder sind insbesondere wegunabhängig?
4. Geben Sie eine hinreichende Bedingung dafür an, dass ein Vektorfeld  $\vec{f}$  eine Potenzialfunktion (eine "Stammfunktion") besitzt.
5. Wie lautet die Formel für die Transformation eines Bereichsintegrals  $\int_{\mathbb{B}} f(\vec{x}) \, db$  bei der Koordinatentransformation  $\vec{x} : B^* \rightarrow B$  mit  $\vec{x}(B^*) \rightarrow B$ ?
6. Geben Sie die der Frage 5. entsprechende Formel für Zylinderkoordinaten an.
7. Geben Sie die Regel von L'Hospital zur Berechnung des Grenzwertes von  $\frac{f(x)}{g(x)}$  für  $x \rightarrow a$ ,  $a \in \mathbb{R}$  bei unbestimmtem Ausdruck der Gestalt " $\frac{0}{0}$ " an.
8. Diese Frage wird nicht gestellt.
9. Geben Sie ein lineares Gleichungssystem mit  $m$  Gleichungen und  $n$  Unbekannten an (ausführliche Schreibweise).
10. Geben Sie die Matrixschreibweise eines linearen Gleichungssystems mit  $m$  Gleichungen und  $n$  Unbekannten an.
11. Definieren Sie den Begriff Rang einer Matrix.
12. Bei welchen elementaren Umformungen ändert sich der Rang einer Matrix nicht?
13. Wann sind zwei Matrizen gleich?
14. Wann heißt eine Matrix symmetrisch?
15. Was versteht man unter der algebraischen Vielfachheit eines Eigenwertes einer quadratischen Matrix?
16. Was versteht man unter der geometrischen Vielfachheit eines Eigenwertes einer quadratischen Matrix?
17. Wie ist die Zeilenstufenform einer Matrix definiert?
18. Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung an, wann ein lineares Gleichungssystem lösbar ist.
19. Geben Sie drei Determinantenumformungen an, bei denen sich der Wert der Determinante nicht ändert.
20. Was ist eine Linearkombination der Vektoren  $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n$ ?
21. Welche Vektoren bilden die kanonische Basis des  $\mathbb{R}^n$ ?

22. Wann heißt ein Vektor  $\mathfrak{x}$  linear abhängig von den Vektoren  $\mathfrak{a}_1, \dots, \mathfrak{a}_k$  aus  $\mathbb{R}^n$ ?
23. Geben Sie ein Kriterium an, wann  $k$  Vektoren aus  $\mathbb{R}^n$  linear unabhängig sind!
24. Wie ist die reduzierte Zeilenstufenform einer Matrix definiert?
25. Was versteht man unter einem homogenen linearen Gleichungssystem?
26. Wie kann man die allgemeine Lösung eines inhomogenen linearen Gleichungssystems angeben?
27. Welche Dimension hat der Lösungsraum eines homogenen linearen Gleichungssystems?
28. Bilden Sie das Matrizenprodukt

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

29. Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 20 & 20 & -2 \\ 10 & 10 & 43 & -2 \end{pmatrix}$$

30. Wie ist ein Eigenwert einer quadratischen Matrix definiert?
31. Was versteht man unter dem Eigenvektor einer quadratischen Matrix zum Eigenwert  $\lambda$ ?
32. Wie ist eine Basis eines Vektorraumes definiert?
33. Wie ist das Skalarprodukt zweier Vektoren definiert?
34. Geben Sie das Skalarprodukt zweier Vektoren mittels der Koordinaten der beiden Vektoren an.
35. Wann nennt man zwei Vektoren orthogonal?
36. Nennen Sie 2 Eigenschaften von Eigenwerten bzw. Eigenvektoren einer reellen symmetrischen Matrix.
37. Welche Gestalt hat eine Differentialgleichung mit getrennten Variablen?
38. Welche Gestalt besitzt eine lineare Differentialgleichung 1. Ordnung?
39. Welche Gestalt besitzt eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung?
40. Diese Frage wird nicht gestellt.
41. Wie lautet das charakteristische Polynom einer linearen homogenen Differentialgleichung 2. Ordnung  $y'' + ay' + by = 0$  mit konstanten Koeffizienten?

42. Wie erhält man die Lösung einer linearen homogenen Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten?
43. Wie lautet die Lösung der Differentialgleichung  $y' + y = 0$ ?
44. Wie setzt sich die allgemeine Lösung einer inhomogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung zusammen?
45. Wie nennt sich unser Verfahren zur Bestimmung einer speziellen Lösung der inhomogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung?
46. Was versteht man unter einer allgemeinen Lösung einer Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung?
47. Was versteht man unter dem Anfangswertproblem für eine Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung?
48. Geben Sie hinreichende Bedingungen dafür an, dass das Anfangswertproblem für eine Differentialgleichung  $n$ -ter Ordnung genau eine Lösung besitzt.
49. Welche Gestalt besitzt eine exakte Differentialgleichung?
50. Was ist ein integrierender Faktor bei einer Differentialgleichung 1. Ordnung?
51. Was ist eine Pfaffsche Form?
52. Geben Sie den 0-ten, 1-ten und 2-ten Hauptsatz der Thermodynamik in der Schreibweise aus unserer Vorlesung an mit der Bedeutung der einzelnen Symbole.
53. Wie lautet die Lösung der Differentialgleichung  $y' = g(x)/f(y)$ ?
54. Wie lautet das charakteristische Polynom einer quadratischen Matrix?
55. Was ist das dyadische Produkt zweier Vektoren?

Fragen bitte an: [pruefer@mathematik.uni-leipzig.de](mailto:pruefer@mathematik.uni-leipzig.de)