

Mathematik für Chemiker
25. Serie vom 17.6.2004

97. Berechnen Sie die allgemeine Lösung von

a) $y' = -\frac{y^2 + 1}{x^2}$,

und die Lösung der Anfangswertprobleme:

b) $x^2 y' + 2xy - x = 0$, $y(\sqrt{2}) = 1$,

c) $(y - x^2 y) y' + x + xy^2 = 0$, $y(0) = 1$.

Hinweis: Die Variablen können getrennt werden.

98. Berechnen Sie die allgemeine Lösung von

a) $y' + y = x^2$,

b) $y' - 3y = x e^x$,

c) $y' = 2xy + 1$.

99. Lösen Sie die Differentialgleichung von Michaelis und Menten zur Modellierung enzymatischer Reaktionen:

$$\dot{x} = -\frac{Vx}{x + K_m},$$

mit der Konzentration $x(t)$, der "maximalen" Reaktionsgeschwindigkeit V , und der Michaelis-Konstante K_m . Skizzieren Sie die durch $x(0) = 1$ bestimmte Integralkurve im Fall von $V = 0,04$ und $K_m = 0,02$. (Die implizite Gestalt der Lösung braucht dabei nicht nach x aufgelöst zu werden.)

100. Berechnen Sie die allgemeine Lösung von

a) $y' = 2x(x^2 + y)$,

b) $xy' - 1 = 2y$,

c) $(-y + \frac{1}{x-1}) dx + (2y - x) dy = 0$,

d) $3x^2(1 + \ln y) dx + (\frac{x^3}{y} - 2y) dy = 0$,

e) $(x - y) dx + (\frac{1}{y^2} - x) dy = 0$.