

**Mathematik für Chemiker**  
**24. Serie vom 10.6.2004**

93. Berechnen Sie alle Eigenwerte von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

und untersuchen Sie die zugehörigen Eigenräume. Begründen Sie mit Hilfe der Eigenwerte, daß die inverse Matrix zu A existiert. Wie lautet  $\text{Det}(A^2)$ ?

94. Berechnen Sie alle Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren von

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Fassen Sie die normierten Eigenvektoren spaltenweise zu einer Matrix Tr zusammen. Prüfen Sie deren Orthogonalität und berechnen Sie  $\text{Tr}^T A \text{Tr}$ .

95. Formulieren Sie die (Ihrer Meinung nach) drei einfachsten Differentialgleichungen und geben Sie deren Lösung an!

96. Bestimmen Sie die Ordnung der folgenden Differentialgleichungen! Wieviele frei wählbare Konstanten kann man in der Lösung erwarten? Welche der Differentialgleichungen sind separierbar?

- a)  $y''' - 3y^2 y' \sin x + \sin(y^4) = 0$
- b)  $y' = (x^2 - 3x + 1)(y^2 - 2y + 1)$
- c)  $(y')^2 + y'' - x^3 = 1$
- d)  $y' = \frac{1}{1+x^2} \frac{11}{y-1}$
- e)  $y' = 2xy + 8x + 3y + 12$
- f)  $2y' - (\sin x)y = 0$  .

Berechnen Sie die Lösungen der Gleichungen d), e) und f)! Wie gestalten sich die Definitionsbereiche der Lösungen?