

Mathematik für Chemiker
21. Serie vom 14.5.2004

81. a) Man berechne den Rang von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & a_{22} \end{pmatrix} .$$

Für welche Wahl von a_{22} hat die Matrix A den Rang 1, für welche den Rang 2?

b) Prüfen Sie am Beispiel das Assoziativgesetz der Matrixmultiplikation nach: Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} , B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} .$$

Berechnen Sie $(AB)C$ und $A(BC)$!

82. Vertauschen von Zeilen und Spalten einer Matrix nennt man Transposition^T.

a) Berechnen Sie $(AB)^T$ für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix} .$$

Vergleichen Sie das Resultat mit dem Produkt $B^T A^T$!

b) Berechnen Sie den Rang von $(\vec{a} \vec{a}^T)$, wenn \vec{a} ein n -dimensionaler Spaltenvektor ist, dessen Elemente nicht alle Null sind.

83. Berechnen Sie mittels Zeilenstufenform alle Lösungen der Systeme (wenn vorhanden):

a)

$$\begin{array}{rcl} x & +y & -2z = 0 \\ 3x & -y & +z = 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 & +5x_2 & = 16 \\ 4x_1 & +3x_2 & = 18 \end{array} \text{ und } \begin{array}{rcl} 2x_1 & +5x_2 & = 16 \\ 4x_1 & +3x_2 & = 18 \\ 2x_1 & +3x_2 & = 12 \end{array} \text{ und } \begin{array}{rcl} 2x_1 & +5x_2 & = 16 \\ 4x_1 & +3x_2 & = 18 \\ 2x_1 & +3x_2 & = 0 \end{array}$$

84. Finden Sie die stöchiometrischen Koeffizienten x_1 bis x_5 der Reaktionsgleichung:



indem Sie das Problem in ein lineares Gleichungssystem überführen!