

Mathematik für Chemiker
20. Serie vom 6.5.2004

77. Man berechne die Werte $a+b$, $a-b$, $a b$, $\frac{a}{b}$, für $a = 7+3i$ und $b = 2-5i$.

Weiterhin $(-1+2i)[(7-5i)+(-3+4i)]$, $\frac{3-2i}{-1+i}$, und $\frac{5+5i}{3-4i} + \frac{20}{4+3i}$,
und man überlege sich die Auswertung von $\frac{3i^{30} - i^{19}}{2i-1}$ und von $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{79}$.

78. a) Zeigen Sie für alle $z_1, z_2 \in \mathcal{C}$ die Gültigkeit der Relationen

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}, \quad |z_1 z_2| = |z_1| |z_2|, \quad \text{und bei } z_2 \neq 0 \text{ auch } \overline{\frac{1}{z_2}} = \frac{1}{\overline{z_2}}.$$

b) Skizzieren Sie die Teilmengen komplexer Zahlen:

$$A = \{z \in \mathcal{C} : |z + 2 - i| \geq 4\}$$

$$B = \{z \in \mathcal{C} : 0 \leq z + \overline{z} \leq 2, z - \overline{z} \geq 0\}$$

$$C = \{z \in \mathcal{C} : \operatorname{Re} z \in [1, 2], \operatorname{Im} z \in [1, 3]\}.$$

79. Berechnen Sie die Nullstellen von $P_3(z) = z^3 - z^2 - 4z - 6$, wenn eine NST bekannt ist: $z_1 = -1 + i$.

Berechnen Sie die Nullstellen von $P_4(x) = 2x^4 + 2x^3 - 22x^2 + 2x - 24$, wenn die NST $x_1 = i$ bekannt ist.

80. a) Bilden Sie alle möglichen Produkte der Matrizen

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad I = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

und vergleichen Sie das Resultat mit allen Produkten der Zahlen $1, i!$

b) Bilden Sie alle möglichen Produkte der Matrizen

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad S_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad S_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

und versuchen Sie, das Resultat zu ordnen!