

Mathematik für Chemiker
18. Serie vom 22.4.2004

69. Liegen vollständige Differentiale vor? Man berechne die Wegeintegrale

a) $\oint_{\gamma} dx + y dy$

b) $\oint_{\gamma} y dx + dy$

c) $\oint_{\gamma} \frac{2y}{x^2 + y^2} dx - \frac{2x}{x^2 + y^2} dy$,

über den geschlossenen Weg eines Kreises

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} \text{ mit } 0 \leq t \leq 2\pi.$$

70. Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$$

um den Entwicklungspunkt $a = 0$ in ihre Taylorreihe. Für welche x konvergiert diese Reihe höchstens?

Bestimmen Sie daraus die Taylorreihe von $\arctan x$!

71. Man berechne unter Verwendung von Polarkoordinaten das Bereichsintegral

$$\int \int_{x^2 + y^2 \leq a^2} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy \quad \text{für } a > 0 .$$

72. Man berechne das Bereichsintegral

$$\int \int_B \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} dx dy \quad \text{für } B = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\} .$$

Dabei sind a, b positive Konstanten. Die Integration gelingt besser, wenn man B durch eine geeignete Koordinatentransformation in einen Kreis überführt.