Mathematik für Chemiker
17. Serie vom 14.4.2004

65. Geben Sie die vollständigen Differentiale folgender Funktionen an:

 a) $f(x,y,z) = z - \sqrt{y^2 + (xz)^2}$,

 b) $p(T,V) = \dfrac{RT}{V-B} - \dfrac{A}{T(V+C)^2}$, ($A, B, C, R$ sind Konstanten),

66. Geben Sie das vollständige Differential von $F: (0,\infty) \to \mathbb{R}$ an, wenn F zusammengesetzt ist aus den Funktionen

$$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \text{ und } \vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \operatorname{arccot} \sqrt{t} \\ \arctan \sqrt{t} \end{pmatrix} .$$

67. Prüfen Sie, ob folgende Differentialform exakt ist:

 a) $(2x - \sin y)\, dx - x \cos y\, dy$,

 b) $\dfrac{y^2}{x^2 + y^4}\, dx + \dfrac{2xy}{x^2 + y^4}$,

 c) $\dfrac{1}{x}\, dx + \dfrac{2y}{(y+z)(y-z)}\, dy - \dfrac{2z}{(y+z)(y-z)}\, dz$.

68. (Vergleiche No 61.)
Sei γ der Adiabaten-Weg in der (T,v)-Ebene:

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} T(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ at^{1/(1-\kappa)} \end{pmatrix} , \quad (T_1 \le t \le T_2) .$$

Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$Q = \int_\gamma (c_v\, dT + \frac{RT}{v}\, dv)$$

mit c_v, R, T_1, T_2 positive Konstanten, und $\kappa = 1 + R/c_v$.