

Mathematica für Physiker

14. Übung am 15.7.2013

Die Lösungen der Aufgaben sind vor der Übung an Dr. Quapp per e-mail als Notebook einzuschicken. Bezeichnung: VornameNameUeb14.nb

Termin: Freitag, 12.7.2013, 21 Uhr

an: quapp@uni-leipzig.de

Jeder Teilnehmer hat seine eigene Lösung zu erstellen! Beachten Sie, dass jedwede Lösung nur mit einem verständlichen Antwortsatz voll gewertet werden kann.

Bisher vereinbarter Prüfungstermin: Do. 25.07.2013 ; Nachzügler: Mo. 29.07.2013

1.) Sei eine Menge M gegeben durch

$$M = \{ \{x, y\} \in \mathbf{R}^2 : (x - 2)^2 + y^2 \geq 1, \quad x^2 + y^2 \leq r^2 \} \text{ wobei } r \geq 3 .$$

Berechnen Sie $\int_M y^2 dx dy$. Stellen Sie das Gebiet M dar und $f(x, y) = y^2$ genau über M .

2.) Stellen Sie in einer Tabelle, etwa von $n=0$ bis $n=22$, die Werte der bestimmten Integrale

$$I_n = \int_0^1 x^n \text{Exp}[x] dx$$

zusammen. Es besteht die (begründete) Vermutung, dass gilt $I_n > I_{n+1} > 0$. Ausserdem gilt die Rekursionsformel

$$I_{n+1} = e - (n + 1)I_n \quad \text{mit } n \text{ Integer, und } I_1 = 1 ,$$

die man leicht mit partieller Integration nachweisen kann. Berechnen Sie mit dieser Iterationsvorschrift die I_n aufsteigend von I_1 aus, sowohl exakt (mit $\text{Exp}[1]$ in der Formel), als auch numerisch (mit $\text{Exp}[1.]$ in der Formel). Wenden Sie auf die exakten Resultate $N[\%]$ an und vergleichen Sie. Eine numerische Rechnung kann man auch absteigend von I_{20} aus versuchen, mit der umgerechneten Rekursion $I_n = (\text{Exp}[1.] - I_{n+1})/(n + 1)$. Was kann man dabei beobachten?

3.) 'Programmieraufgabe' (nicht ganz so ernst) aus der Zeit No.18, 2013

Bei den Fröschen gilt die uralte Weisheit:

*Suchst du neue nasse Sümpfe
mach der Sprünge hundertfünfe.*

Quook, Quaaak und Quiik suchen sich also einen neuen Sumpf.

a) Quook springt zuerst einmal geradeaus, dreht sich um 180° , springt dann zweimal geradeaus, dreht sich wieder, springt dreimal, und so weiter. Jedes mal macht er einen Sprung mehr. Wo kommt er nach 105 Sprüngen an?

b) Quaaak springt zuerst auch geradeaus, dreht sich aber nur um 90° , springt dann zweimal geradeaus, dreht sich weiter um 90° , springt dreimal, und so weiter. Jedes mal macht er einen Sprung mehr. Wo kommt er nach 105 Sprüngen an?

c) Quiik springt zuerst einmal geradeaus, dreht sich um 120° , springt dann zweimal geradeaus, dreht sich wieder um 120° , springt dreimal, und so weiter. Jedes mal macht er einen Sprung mehr. Wo kommt er nach 105 Sprüngen an?

d) Zeichnen Sie auch die Wege von Quaaak und Quiik.