Mathematica für Physiker

13. Übung am 8.7.2013

Die Lösungen der Aufgaben sind vor der Übung an Dr. Quapp per e-mail als Notebook einzuschicken. Bezeichnung: VornameNameUeb13.nb

Termin: Freitag, 5.7.2013, 21 Uhr

an: quapp@uni-leipzig.de

Jeder Teilnehmer hat seine eigene Lösung zu erstellen! Beachten Sie, dass jedwede Lösung nur mit einem verständlichen Antwortsatz voll gewertet werden kann.

Bisher vereinbarter Prüfungstermin: Do. 25.07.2013 ; Nachzügler: Mo. 29.07.2013

1.) Wir betrachten noch einmal eine Van-der-Pol Gleichung mit nichtlinearer Dämpfung aus der vorigen Übung $y''(t) + (y(t)^2 - 1)y'(t) + y(t) = 0$ mit den (! geänderten !) Anfangswerten $y(0) = 1,\ y'(0) = 1$. Sie kann durch $y' = z$ umgeformt werden in ein System von Gleichungen 1.Ordnung

$$\begin{aligned} y'[t] &== \ z[t] \\ z'[t] &== \ (1 - y(t)^2)z[t] - y[t]\ . \end{aligned}$$

Die AW ergeben sich dann zu $y(0) = 1,\ \ z(0) = 1$. Lösen Sie das System mit **NDSolve** und stellen Sie
(a) wieder gemeinsam $y(t)$ und $z(t)$ als Kurven über $t \in [0, 25]$ dar, und
(b) das Paar $\{y(t), z(t)\}$ als laufenden Punkt in der (y, z)-Ebene. Es sei wieder $t \in [0, 25]$.
Wie nennt man das entstehende Gebilde?

2) Geben Sie die Primzahlen bis $N = 100$ an.
a) Messen Sie mit **Timing[..]** die Rechenzeit für den Versuch, 5-, 10-, 15-, 20-, und 25-stellige Integerzahlen mit allen diesen Primzahlen zu faktorisieren.
b) Schätzen Sie die Zeit, die Mma für eine 100-stellige Zahl zur Faktorisierung benötigen würde.

3.) Kleine 'Programmieraufgabe'
Seien $f_o(x) = cos\,x$ und $f_1(x) = sin\,x$ gegeben, und wir betrachten die Iterationsvorschrift

$$f_{n+1}(x) = f_{n-1}(x)\ \int (\frac{f_n(x)}{f_{n-1}(x)})^2 dt\ .$$

Es besteht die (begründete) Vermutung, dass $P_\infty = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$ eine Funktion ist, die aus Polynomen besteht mit je einem Winkelfunktionsfaktor, der Art:

$$P_\infty = \ cos\,x\ \sum_{n=0}^{\infty} a_n\,x^n + sin\,x\ \sum_{n=0}^{\infty} b_n\,x^n\ .$$

a) Bestimmen Sie mit Mma die ersten Koeffizienten a_n und b_n bis zu $n = 14$.
b) Zeichnen Sie P_{14}(x).