

Mathematica für Physiker

7. Übung am 27.5.2013

Die Lösungen der Aufgaben sind vor der Übung an Dr. Quapp per e-mail als Notebook einzuschicken. Bezeichnung: VornameNameUeb7.nb

Termin: Freitag, 24.5.2013, 21 Uhr

an: quapp@uni-leipzig.de

Jeder Teilnehmer hat seine eigene Lösung zu erstellen!

1. Bestimmen Sie die Extrempunkte der Fläche $f(x, y) = x^2 + y^3$, und deren Charakter. Zeichnen Sie ein Höhenlinienbild, mit insbesondere den Linien durch die Extrempunkte. Was fällt Ihnen auf?

2. a) Eine Funktion sei definiert durch

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 - y^2)/(x^2 + y^2), & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} .$$

Bestimmen Sie Limes $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ und fertigen Sie eine graphische Darstellung der Umgebung des Nullpunktes an.

b) Bearbeiten Sie die analoge Aufgabe für

$$f(x, y) = \sin(xy)/x .$$

c) Überprüfen Sie die Gültigkeit des Schwarzischen Satzes, d.h. von $f_{xy} = f_{yx}$ für die Funktionen:

$$\frac{x^2}{1+y^2}, \quad \frac{\sin x}{\cos y}, \quad x^3 e^{y^2} \quad \text{und} \quad \sqrt{xy^3} .$$

3. a) Entwickeln Sie $f(x) = 1/(1-x-x^2)$ in seine Taylorreihe bis zur 10.ten Ordnung. Wie würden die Gleichungen für die Methode des Koeffizientenvergleiches lauten?

b) Wo konvergiert die volle Reihe?

4. a) Gegeben sei die Parameter-Darstellung eines Kreises durch

$$x(\alpha) = \cos \alpha, \quad y(\alpha) = \sin \alpha .$$

Wieviele k Glieder der Taylorreihe beider Funktionen muss man mitnehmen, um eine volle Umdrehung des Kreises approximieren zu können? Die Lösung sollte graphisch veranschaulicht werden. Stellen Sie auch die Näherungen für einige kleinere k -Werte mit dar.