Mathematica für Physiker

6. Übung am 23.5.2013

Die Lösungen der Aufgaben sind vor der Übung an Dr. Quapp per e-mail als Notebook einzuschicken. Bezeichnung: VornameNameUeb6.nb

Termin: Freitag, 17.5.2013, 21 Uhr

an: quapp@uni-leipzig.de

Jeder Teilnehmer hat seine eigene Lösung zu erstellen!

1. a) Stellen Sie mit Mma das Polynom $p_3(x) = 2\,x^3 - 14\,x + 12$ in seiner LinearFaktoren-Zerlegung dar.
b) Entscheiden Sie mit Mma die Frage: Für welche Werte der Parameter p und q sind die Nullstellen von $p_2(x) = x^2 + p\,x + q$ beide positiv?

2. a) Lassen Sie Mma die Produktregel, die Quotientenregel und die Kettenregel der Differentialrechnung vorrechnen.

b) Sei $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ der Abstand eines Punktes im R^3 vom Nullpunkt. Berechnen Sie Δ r mit dem Laplaceoperator Δ.

3. a) Eine Funktion $f: D \to R$ mit $D = \{(x, y, z)|y > 0\}$ sei definiert durch $f(x, y, z) = arctan(xz/\sqrt{y})$. Ein Vektorfeld $g: B \to R^3$, mit $B = \{(u, v)|u > 0, v > 0\}$ sei gegeben durch

$$g(u, v) = \begin{pmatrix} \sqrt{u} + \sqrt{v} \\ 1 + (u - v)^2 \\ \sqrt{u} - \sqrt{v} \end{pmatrix} .$$

Bestimmen Sie den Gradient von f und die Jacobimatrix von g. Wie lautet die zusammengesetzte Funktion $F: B \to R$? Berechnen Sie die partiellen Ableitungen F_u und F_v.

b) Es sei nun $F: R^3 \to R$ die aus $f(x, y, z) = xyz$ und

$$g(u, v, w) = \begin{pmatrix} u - v + w \\ 2u - v - w \\ -u + 3v - 2w \end{pmatrix}$$

mittels $F = f\,o\,g$ zusammengesetzte Funktion. Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen von F an der Stelle (1,1,1).

4. a) Sei F ein Paraboloid, gegeben durch $F(x, y) = 4x^2 + y^2$. Bestimmen Sie mit Mma den Anstieg der Tangente an die Höhenlinie in einer $F = const$-Ebene. Setzen Sie speziell $F = 4$ und betrachten Sie den Punkt $P(1/\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

b) Bestimmen Sie mit Mma die Gleichung der Tangentialebene an die Fläche im R^3 $z(x, y) = 1/(1 + x + y)$ im Aufpunkt $p = (0, 0, 1)$. (* -Aufgabe:) Versuchen Sie eine anschauliche Darstellung. Hinweis: z ist singulär entlang einer Gerade, das stört.