Analysis I

Wintersemester
2026/2027

Felix Pogorzelski, Henrik Kreidler
Marius Neubert, Konrad Zimmermann

Blatt 0

Aufgaben

(1) Welche der folgenden Schlüsse sind korrekt? Begründen Sie Ihre Antworten.

(a) Es gelte: Wenn Julie anwesend ist, so ist Euphorie im Raum. Julie ist nicht anwesend.
Schluss: Die Stimmung im Raum ist gedämpft.

(b) Es gelte: Wenn die Pizza "Hawaii" heißt, dann ist Ananas auf der Pizza. Auf der Pizza ist keine Ananas.
Schluss: Die Pizza heißt nicht "Hawaii".

(c) Es gelte: Klara hat jedes Gewandhaus-Konzert seit 2023 besucht.
Schluss: Klara war bei keinem der seit 2023 stattfindenden Gewandhaus-Konzerte nicht anwesend.

(d) Es gelte: Das Wirtschaftssystem bewirkt, dass wann immer es schneit, die Heizkosten steigen. Es hat geschneit.
Schluss: Das Wirtschaftssystem hat bewirkt, dass die Heizkosten steigen.

(2) Sei X eine Menge und X_α, $\alpha \in A$, eine Familie von Mengen. Zeigen Sie, dass gilt:

$$X \setminus \bigcup_{\alpha\in A} X_\alpha = \bigcap_{\alpha\in A} (X \setminus X_\alpha),$$
$$X \setminus \bigcap_{\alpha\in A} X_\alpha = \bigcup_{\alpha\in A} (X \setminus X_\alpha).$$

(3) Seien X, Y Mengen. Zeigen Sie, dass $f : X \to Y$ genau dann bijektiv ist, wenn eine Abbildung $g : Y \to X$ existiert mit $f \circ g = \mathrm{Id}_Y$ und $g \circ f = \mathrm{Id}_X$. Zeigen Sie weiterhin die Eindeutigkeit der Abbildung g in diesem Fall.

(4) Konsultieren Sie Ihre Lieblings-KI mit der Frage: "Wie kann ich in Zeiten von KI bestmöglichen Lernerfolg in einer Grundvorlesung Analysis 1 an einer Universität erzielen?" Schreiben Sie die Antwort stichpunktartig auf und verinnerlichen Sie diese. Besprechen Sie Ihre Erkenntnisse mit anderen Studierenden.

Übung

(1) Überprüfen Sie die folgenden Aussagen zu den Mengenoperationen.

(a) Falls $A \subseteq B$ und $B \subseteq C$, so gilt $A \subseteq C$.

(b) Für Mengen A, B, C gelten

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C), \quad (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C).$$

(c) Für Mengen A, B gilt

$$A \cap B = A \setminus (A \setminus B).$$

(2) Es sei X eine nicht-leere Menge mit Potenzmenge $\mathcal{P}(X)$.

(a) Wir definieren auf $\mathcal{P}(X)$ die Relation

$$R = \big\{(A, B) \mid A \subseteq B\big\}.$$

Definiert R eine Äquivalenzrelation? Falls nicht, welche Eigenschaften sind dennoch erfüllt?

(b) Sei $Y \subseteq \mathcal{P}(X)$. Zeigen Sie, dass $(Y, \subseteq)$ und $(Y, \supseteq)$ geordnete Mengen sind.

(3) Es seien X und Y Mengen und $f : X \to Y$ eine Funktion. Für $A \subseteq X$ schreibe $f(A) := \{f(x) \,|\, x \in A\}$. Beweisen oder widerlegen Sie:

(a) Für alle $A, B \subseteq X$ mit $A \cap B \neq \emptyset$ gilt $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$.

(b) Für alle $C, D \subseteq Y$ mit $C \cap D \neq \emptyset$ gilt $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$.

Können Sie eine Zusatzannahme an f finden, so dass beide Aussagen korrekt sind?