Prof. Dr. Peter Kunkel
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität Leipzig

WS 2021/22

Arbeitsblatt

Numerisches Praktikum

Thema

Numerische Experimente mit dem Drei-Körper-Problem in zwei Raumdimensionen.

Aufgabenstellung

Die reibungsfreie Bewegung von k punktförmigen Körpern unter dem Einfluß der Gravitation wird beschrieben durch

$$\ddot{\vec{x}}_i = \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{k} G m_j \frac{\vec{x}_j - \vec{x}_i}{\|\vec{x}_j - \vec{x}_i\|_2^3}, \quad i = 1, \ldots, k.$$

Dabei bezeichnet $\vec{x}_i \in \mathbb{R}^2$ den Ort des i-ten Körpers, der Punkt die Ableitung nach der Zeit t, m_i die Masse des i-ten Körpers und G die Gravitationskonstante. Durch Umskalieren kann man $G = 1$ und $m_1 = 1$ erreichen. Wählt man dazu $m_2 = 10^{-3}$ und die Anfangswerte

$$\vec{x}_1(0) = (0,0),\ \dot{\vec{x}}_1(0) = (0, v_1),\ \vec{x}_2(0) = (1,0),\ \dot{\vec{x}}_2(0) = (0, v_2)$$

mit $v_1 = -\frac{m_2}{m_1} v_2$ und $v_2 = \sqrt{m_1 + m_2}$ (dies sollte für den zweiten Körper in etwa eine Kreisbahn um den ersten Körper ergeben — bitte prüfen!), so beschreibt dies in etwa das System Sonne/Jupiter. Für den dritten Körper nehme man $m_3 = 10^{-9}$ und untersuche dessen Bewegung bei verschiedenen Startwerten $\vec{x}_3(0)$ und $\dot{\vec{x}}_3(0)$. Bleibt der Abstand zwischen erstem und zweiten Körper im wesentlichen konstant, so bietet es sich an, die Bewegung des dritten Körpers in einem mitbewegten Koordinatensystem darzustellen, in dem der erste Körper im Ursprung und der zweite Körper auf der positiven ersten Koordinatenachse liegt. Zur Lösung der sich ergebenden Anfangswertprobleme verwende man das Programm `DIFEX2` mit einer sehr hohen Genauigkeitsforderung (mindestens `TOL=1.0D-12`).

Quellen

Das Programmpaket `DIFEX2` erhält man über die `URL`

`http://elib.zib.de/pub/elib/codelib/difex2/`.