

Übungen zur Vorlesung
Numerik 2

- (13) Man zeige, daß jedes explizite Runge-Kutta-Verfahren mit s Stufen der Ordnung $p = s$ für das Anfangswertproblem

$$\dot{x} = \lambda x, \quad x(t_0) = x_0, \quad \lambda \in \mathbb{C}$$

die numerische Lösung

$$x_1 = R(z)x_0, \quad R(z) = \sum_{k=0}^s \frac{z^k}{k!}, \quad z = h\lambda$$

liefert.

- (14) Man zeige, daß die Bedingung

$$c_i = \sum_{j=1}^s a_{ij}, \quad i = 1, \dots, s$$

hinreichend dafür ist, daß ein konsistentes Runge-Kutta-Verfahren für

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0$$

und das zugehörige autonome Anfangswertproblem für x dieselbe numerische Lösung liefert.

- (15) Man leite die Ordnungsbedingungen für ein Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung $p = 4$ her, das den zusätzlichen Bedingungen

$$c_i = \sum_{j=1}^s a_{ij}, \quad i = 1, \dots, s$$

genügt.

- (16) Man leite die Ordnungsbedingungen für ein Runge-Kutta-Verfahren der Ordnung $p = 2$ her, das den zusätzlichen Bedingungen aus Aufgabe 15 nicht unbedingt genügt, und bestimme alle expliziten Verfahren dieser Art mit $s = 2$ Stufen.

Abgabe am Donnerstag, 10.11.2022, 10:45 Uhr