Prof. Dr. Peter Kunkel
Fakultät für Mathematik und Informatik
Universität Leipzig

WS 2022/23

Übungen zur Vorlesung

Numerik 2

(5) Man zeige, daß die Begleitmatrizen $W(t,s)$ die Eigenschaften

$$\begin{aligned}&W(t_3,t_2)W(t_2,t_1) = W(t_3,t_1),\\&W(t_2,t_1)^{-1} = W(t_1,t_2),\\&W(t_1,t_1) = I\end{aligned}$$

für alle $t_1, t_2, t_3 \in [t_0, T]$ besitzen.

(6) Man formuliere die (skalare) Differentialgleichung $\ddot{x} = -x$ in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung um und bestimme die zugehörigen Begleitmatrizen.

(7) Gegeben sei ein Einschrittverfahren der Form $x_1 = x_0 + h\Phi(x_0, x_1; h)$. Man zeige, daß für hinreichend glatte Inkrementfunktionen Φ die Bedingungen

$$x(t_1) - x_1 = \mathcal{O}(h^{p+1})$$

und

$$x(t_1) - x(t_0) - h\Phi(x(t_0), x(t_1); h) = \mathcal{O}(h^{p+1})$$

äquivalent sind.

(8) Man bestimme die Ordnung der impliziten Mittelpunktsregel, die im autonomen Fall gegeben ist durch

$$x_{k+1} = x_k + hf(\tfrac{1}{2}(x_k + x_{k+1})).$$

Abgabe am Donnerstag, 27.10.2022, 10:45 Uhr