Mathematik für Wirtschaftswissenschaften I
Universität Leipzig, WS 2016/17

Übungsserie 2

1. Aufgabe

Seien Mengen A, B und C gegeben. Zeigen Sie die Gleichungen

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C), \tag{1}$$
$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C). \tag{2}$$

2. Aufgabe

Geben Sie die Menge

$$\{1, 2, 4\} \times \{1, 3\}$$

explizit an.
Zeigen Sie für allgemeine Mengen A, B, C, dass

$$(A \times B) \cap (A \times C) = A \times (B \cap C).$$

3. Aufgabe

a) Zeigen Sie, wenn $k \neq l$ in $\mathbb{N}$, dann $k + n \neq l + n$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie also, dass die Differenz $m - n$ für $m, n \in \mathbb{N}$ eindeutig ist, falls sie in $\mathbb{N}$ existiert.

b) Hat jede nichtleere Teilmenge M von $\mathbb{Z}$ ein kleinstes Element?

c) Sei $q = \frac{m}{n}$ ein positiver Bruch (d.h. $m, n \in \mathbb{N}_+$). Zeigen Sie, dass man q auskürzen, das heisst als Bruch, in dem Zähler und Nenner teilerfremd sind, darstellen, kann! *[Hinweis: Betrachten Sie die Summen aus Zähler und Nenner für alle möglichen Darstellungen von q, vergleiche Präsenzaufgabe 2.3. Die Ungleichung $k \cdot l > l$ wenn $k > 1$ und $l > 0$ kann vorausgesetzt werden.]*

4. Aufgabe

Zeigen Sie die Gleichung

$$q \cdot 1 = q$$

für alle $q \in \mathbb{Q}$ und die Gültigkeit der Aussage

$$\forall q \in \mathbb{Q} \setminus \{0\} \exists! p \in \mathbb{Q} : q \cdot p = 1.$$