Präsenzübungsblatt Woche 4

1) Zeigen Sie, dass in der Dreiecksungleichung $|x+y| \leq |x| + |y|$ für reelle x, y Gleichheit gilt genau dann wenn $x \cdot y \geq 0$.

Beweisen Sie nun für $x, y, z \in \mathbb{R}$, dass $|x+y+z| \leq |x| + |y| + |z|$ und charakterisieren Sie, wann Gleichheit auftritt.

2) Zeigen Sie, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Zahl $5^{n+2} + 6^{2n+1}$ durch 31 teilbar ist.

3) Bestimmen Sie eine Formel für den Ausdruck

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

für beliebiges natürliches $n \geq 2$. Beweisen Sie ihre Formel mit vollständiger Induktion.