

Didaktik der Geometrie

Kopfgeometrie

Steffen Hintze

Mathematisches Institut der Universität Leipzig - Abteilung Didaktik

26.04.2016

zum Begriff Kopfgeometrie

„Kopfgeometrie bezeichnet das Lösen geometrischer Aufgaben im Kopf, also ohne Hilfsmittel. Es darf dabei nur auf Vorstellungen und sprachlich formuliertes Wissen über geometrische Objekte zurückgegriffen werden.“

(Weigand)

„Aufgaben der Kopfgeometrie beinhalten überwiegend ein visuelles Operieren in der Vorstellung auf der Grundlage geometrischer Grundbegriffe.“

(Senftleben)

Ziele der Kopfgeometrie

„Wesentliches Ziel der Kopfgeometrie ist die Entwicklung des geometrischen Vorstellungs- und Denkvermögens, also ein Denken in ein, zwei und drei Dimensionen, häufig auch als Raumvorstellungsvermögen bezeichnet, was dann ein Arbeiten mit linearen und ebenen Figuren einschließt.“

(Senftleben)

Ziele der Kopfgeometrie

allgemeine fachliche Ziele

Aus dem Beitrag des Faches zur allgemeinen Bildung ergeben sich folgende allgemeine fachliche Ziele:

- Entwickeln von Problemlösefähigkeiten
- Entwickeln eines kritischen Vernunftgebrauchs
- Entwickeln des verständigen Umgangs mit der fachgebundenen Sprache unter Bezug und Abgrenzung zur alltäglichen Sprache
- **Entwickeln des Anschauungsvermögens¹**
- Erwerben grundlegender Kompetenzen im Umgang mit ausgewählten mathematischen Objekten

Abbildung: Ausschnitt des sächsischen Lehrplans

Komponenten des Anschauungsvermögens

die fünf wesentlichen Komponenten des Anschauungsvermögens

- ① räumliche Wahrnehmung: Fähigkeit zur Identifikation der Horizontalen und Vertikalen

Komponenten des Anschauungsvermögens

die fünf wesentlichen Komponenten des Anschauungsvermögens

- ① räumliche Wahrnehmung: Fähigkeit zur Identifikation der Horizontalen und Vertikalen
- ② Veranschaulichung: Fähigkeit, sich gedankliche Aktivitäten von räumlichen Objekten oder Objektteilen vorstellen zu können

Komponenten des Anschauungsvermögens

die fünf wesentlichen Komponenten des Anschauungsvermögens

- ① räumliche Wahrnehmung: Fähigkeit zur Identifikation der Horizontalen und Vertikalen
- ② Veranschaulichung: Fähigkeit, sich gedankliche Aktivitäten von räumlichen Objekten oder Objektteilen vorstellen zu können
- ③ mentale Rotation: Fähigkeit, sich Rotationen von Objekten vorstellen zu können

Komponenten des Anschauungsvermögens

die fünf wesentlichen Komponenten des Anschauungsvermögens

- ① räumliche Wahrnehmung: Fähigkeit zur Identifikation der Horizontalen und Vertikalen
- ② Veranschaulichung: Fähigkeit, sich gedankliche Aktivitäten von räumlichen Objekten oder Objektteilen vorstellen zu können
- ③ mentale Rotation: Fähigkeit, sich Rotationen von Objekten vorstellen zu können
- ④ räumliche Beziehung: Fähigkeit, räumliche Konfigurationen von Objekten oder Teilen von ihnen und deren Beziehung zu erfassen

Komponenten des Anschauungsvermögens

die fünf wesentlichen Komponenten des Anschauungsvermögens

- ① räumliche Wahrnehmung: Fähigkeit zur Identifikation der Horizontalen und Vertikalen
- ② Veranschaulichung: Fähigkeit, sich gedankliche Aktivitäten von räumlichen Objekten oder Objektteilen vorstellen zu können
- ③ mentale Rotation: Fähigkeit, sich Rotationen von Objekten vorstellen zu können
- ④ räumliche Beziehung: Fähigkeit, räumliche Konfigurationen von Objekten oder Teilen von ihnen und deren Beziehung zu erfassen
- ⑤ räumliche Orientierung: Fähigkeit, die Perspektive, unter der etwas betrachtet wird, zu ändern

Komponenten des Anschauungsvermögens

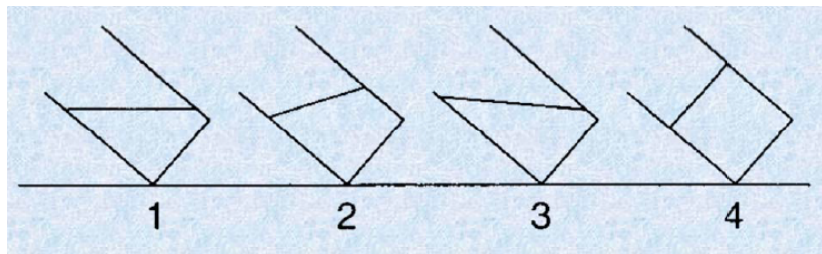


Abbildung: Aufgabe zur räumlichen Wahrnehmung

Komponenten des Anschauungsvermögens

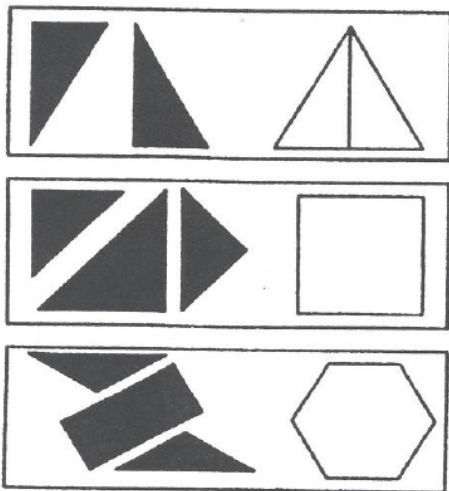
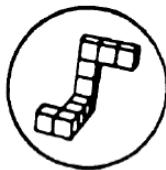


Abbildung: Aufgabe zur Veranschaulichung

Komponenten des Anschauungsvermögens

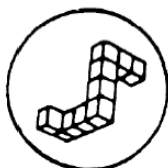
STANDARD



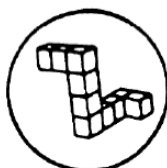
RESPONSES



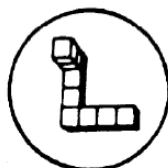
1



2



3



4

Abbildung: Aufgabe zur mentalen Rotation

Komponenten des Anschauungsvermögens

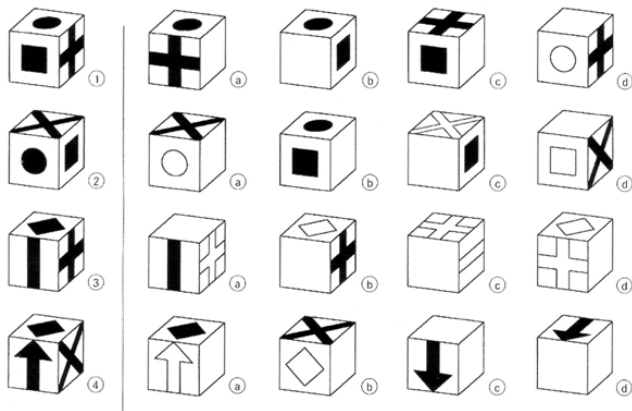


Abbildung: Aufgabe zur räumlichen Beziehung

Komponenten des Anschauungsvermögens

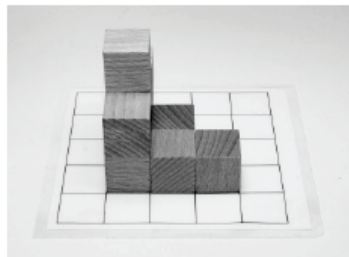
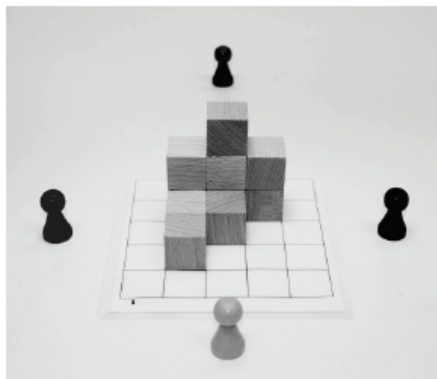


Abbildung: Aufgabe zur räumliche Orientierung

Entwicklung des Anschauungsvermögens / Vorbereitung der Kopfgeometrie

Piaget: „Denken basiert auf der Verinnerlichung gegenständlicher Handlungen.“

- Schülerinnen und Schüler müssen durch eigene Aktivitäten an realen Modellen, Zeichnungen oder durch dynamische Computersimulationen Erfahrungen sammeln und diese reflektiert haben, um eine solche Verinnerlichung zu ermöglichen.
- Der handlungsorientierte und experimentelle Einsatz von Modellen ist für die Entwicklung der Raumvorstellung äußerst wichtig.
- Die Schülerinnen und Schüler sollen durch operative Aktivitäten auf enaktiver Stufe ausreichend Gelegenheit zur Ausbildung und Stärkung ihrer räumlichen Vorstellungen bekommen.

Entwicklung des Anschauungsvermögens / Vorbereitung der Kopfgeometrie

Piaget: „Denken basiert auf der Verinnerlichung gegenständlicher Handlungen.“

Grundlagen für erfolgreiches Lösen von Aufgaben aus der Kopfgeometrie:

- ① Ermöglichung vielfältiger Handlungserfahrung auf der enaktiven Stufe
- ② Entwicklung und Erhaltung eines kreativen Vorstellungsvermögens
- ③ Aneignung und Sicherung von Grundwissen über geometrische Begriffe und Zusammenhänge
- ④ Befähigung zum Nutzen sprachlicher und darstellender Mittel für ein verständliches Beschreiben von geometrischen Vorstellungen

methodisches Vorgehen bei Aufgaben zur Kopfgeometrie

- P1 Die Aufgabenstellung wird mit Hilfe von Sprache präsentiert.
(ggf. auch mit Hilfe von Bildern und Text)
- P2 Die Aufgabe wird mit Hilfe des räumliches Vorstellens gelöst.
- P3 Die Ergebnisse werden mit Hilfe von Sprache präsentiert.
(ggf. auch mit Hilfe von Text und Bildern)

methodisches Vorgehen bei Aufgaben zur Kopfgeometrie

Bei Schwierigkeiten mit der Bearbeitung der Aufgaben können

- in der ersten Phase reale Modelle eingesetzt werden.
- Aktivitäten mit konkreten Materialien im Unterricht ermöglicht werden.
- die Aufgaben direkt am Material gelöst werden.

Literatur

Maier, Peter Herbert (1999). Räumliches Vorstellungsvermögen. Ein theoretischer Abriss des Phänomens räumliches Vorstellungsvermögen. Donauwörth: Auer Verlag.

Senftleben, Hans-Günter (1996). Erkundungen zur Kopfgeometrie (unter besonderer Beachtung der Einbeziehung kopfgeometrischer Aufgaben in den Mathematikunterricht der Grundschule). In: Journal für Mathematik-Didaktik 17 (49-72). Heidelberg: Springer Verlag.

Weber, Christof (2010). Mathematische Vorstellungsübungen im Unterricht. Ein Handbuch für das Gymnasium. Seelze-Velber: Klett/Kallmayer.

Weigand, Hans-Georg et al. (2014). Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I. 2., verbesserte Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer.