Topologische Grundbegriffe

Sei X ein metrischer Raum, $M \subset X$. Ein Punkt $x \in X$ heißt

a) innerer Punkt von M, wenn

$$U_\varepsilon(x) \subset M \text{ für ein } \varepsilon > 0.$$

b) äußerer Punkt von M, wenn

$$U_\varepsilon(x) \subset X \setminus M \text{ für ein } \varepsilon > 0.$$

c) Randpunkt von M, wenn

$$U_\varepsilon(x) \cap M \neq \emptyset \text{ und } U_\varepsilon(x) \cap (X \setminus M) \neq \emptyset \text{ für alle } \varepsilon > 0.$$

d) Häufungspunkt von M, wenn

$$(U_\varepsilon(x) \cap M) \setminus \{x\} \neq \emptyset \text{ für alle } \varepsilon > 0.$$

e) isolierter Punkt von M, wenn

$$U_\varepsilon(x) \cap M = \{x\} \text{ für ein } \varepsilon > 0.$$

Das Innere $\mathrm{int}M$ ist die Menge aller inneren Punkte von M.
Das Äußere $\mathrm{ext}M$ ist die Menge aller äußeren Punkte von M.
Der Rand ∂M ist die Menge aller Randpunkte von M.

$$X = \mathrm{int}M \cup \mathrm{ext}M \cup \partial M$$

$\overline{M} := M \cup \partial M$ heißt Abschluss
oder abgeschlossene Hülle von M.

Die Menge M heißt

i) offen, wenn $M = \mathrm{int}M$.
ii) abgeschlossen, wenn $M = \overline{M}$.
iii) dicht in X, wenn $\overline{M} = X$.
iv) beschränkt, wenn $M \subset U_r(x_0)$ für ein $r > 0, x_0 \in X$.
v) (folgen-)kompakt, wenn jede Folge aus M eine konvergente Teilfolge mit Grenzwert in M besitzt.
vi) (weg-)zusammenhängend, wenn zwei beliebige Punkte aus M durch eine stetige Kurve in M verbunden werden können.