Hans-Peter Gittel
Universität Leipzig
Mathematisches Institut

Übungsaufgaben (10. Serie)

Abgabetermin: 13.01.2020

37. Es ist die Menge aller reellen Zahlen x zu bestimmen, für die gilt:

$$\text{a)}\quad \left|\frac{x}{x-2}\right| > \frac{x}{x-2}\ , \qquad \text{b)}\quad 1+x < \frac{1}{1+x}\ , \qquad \text{c)}\quad x^2 - 2|x| - 5 \geq 2\ .$$

38. Für $z \in \mathbb{C}$ wird der Binominalkoeffizient definiert durch

$$\binom{z}{k} := \frac{z(z-1)\cdots(z-k+1)}{1\cdot 2\cdots k}\ ,\ k \in \mathbb{N} \quad \text{und} \quad \binom{z}{0} := 1\ .$$

a) Zeige, dass für $z \in \mathbb{N}$ diese Definition mit derjenigen aus der Vorlesung übereinstimmt.

b) Berechne: $\binom{18}{16}\ ,\ \binom{16}{18}\ ,\ \binom{0,5}{3}\ ,\ \binom{-2}{5}\ ,\ \binom{2+i}{3}\ ,\ \binom{2,6-8,7i}{0}\ ,\ \binom{-\frac{1}{3}}{4}\ .$

c) Beweise das Additionsgesetz $\binom{z}{k} + \binom{z}{k+1} = \binom{z+1}{k+1}\ .$

39. Sind die folgenden Teilmengen $M \subset \mathbb{R}$ nach oben oder unten beschränkt? Bestimme gegebenenfalls obere, untere Schranken, $\sup M$ und $\inf M$.

a) $M = \{x \mid x = \frac{1}{8n} + \frac{1}{m}\ ,\ m,n \in \mathbb{N}\}$, b) $M = \{x \mid x^4 < 64\}$,

c) $M = \{x \mid 2x^2 + 8x \leq 1\}$, d) $M = \{x \mid \big|x + 2 - |x+1|\big| = -2x - 3\}$.

40. Eine Menge von Intervallen $I_1, I_2, \ldots$ werde folgendermaßen definiert. Es sei $I_1 = [0,1]$. Dann sei I_2 das linke Halbintervall von I_1, I_3 das rechte Halbintervall von I_2, I_4 das linke Halbintervall von I_3 usw. Bildet die Menge der Intervalle eine Intervallschachtelung? Wenn ja, welche (dann eindeutig bestimmte) Zahl gehört allen Intervallen an?