

Übungsaufgaben (1. Serie)

Abgabetermin: 28.10.2019

1. a) Sei $M_1 := \{4\}$, $M_2 := \{\emptyset\}$ und $M_3 := \{a, 4, X\}$. Schreibe für die 3 Mengen die Potenzmengen sowie $M_1 \times M_1$, $M_2 \times M_1$, $M_3 \times M_1 \times M_1$, $M_2 \setminus M_1$, $M_1 \setminus M_3$, $M_3 \setminus M_1$ auf.

b) Es seien A die Menge aller rechtwinkligen Dreiecke, B die Menge aller gleichschenkligen Dreiecke und C die Menge aller Dreiecke mit einem Innenwinkel von 45 Grad. Bestimme die beiden Mengen $A \cap B$ und $(A \cap C) \setminus B$. Welche Beziehung besteht zwischen den Mengen A und $B \cap C$?

2. Beweise für beliebige Mengen A, B, C :

a) das Distributivgesetz $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$,

b) das Verschmelzungsgesetz $(A \cup B) \cap B = B$,

c) die *Regel von de Morgan* $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

3. a) Nenne jeweils eine notwendige (aber nicht hinreichende), eine hinreichende (aber nicht notwendige) sowie eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Teilbarkeit einer Zahl $n \in \mathbb{N}$ durch 25. Begründe die Antworten.

b) Untersuche die Abbildung $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gegeben durch die Vorschrift $f(n, m) = 2^{n+m} + m$ auf Injektivität und Surjektivität.

4. Welche Abbildungen ergeben sich für $f \circ g$ und $g \circ f$?

a) $f(x) = -x^2 - 1$, $g(x) = 2x^3 + 5$;

b) $f(x) = 4^x + 2$, $g(x) = -2x + 3$.

Gib für alle Abbildungen den jeweiligen Definitions- und Bildbereich als Teilmenge von \mathbb{R} an und untersuche sie auf Injektivität.