

Übungsaufgaben (7. Serie)

Abgabetermin: 02.07.2019

37. a) Zeige, dass unter der Voraussetzung $(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\varrho^2\omega^2 > 0$ die Schwingungsdifferentialgleichung

$$\ddot{y} + 2\varrho\dot{y} + \omega_0^2 y = a \sin(\omega t)$$

eine Lösung der Form $y = A \sin(\omega t + B)$ besitzt. Bestimme A, B .

b) Wie lautet die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung im Fall von schwacher Dämpfung $0 < \varrho < \omega_0$? Diskutiere das Verhalten der Lösung für große Zeiten t .

Kommentar: Bei der Voraussetzung in a) handelt es sich um eine sogenannte *Nichtresonanzbedingung*, die das Aufschaukeln der Schwingungen unter der äußeren Kraft (rechte Seite der Differentialgleichung) verhindert.

38. a) Zeige, dass für $\varrho = 0, \omega = \omega_0 > 0$ (Resonanzfall) die Schwingungsdifferentialgleichung aus Aufgabe 37 eine Lösung der Form $y = At \sin(\omega t + B)$ besitzt. Bestimme A, B .

b) Wie lautet die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung in diesem Fall? Diskutiere das Verhalten der Lösung für große Zeiten t .

39. Bestimme die allgemeinen Lösungen und skizziere die Phasenporträts folgender Differentialgleichungssysteme:

a) $\dot{x} = 2x - 5y$

$$\dot{y} = x - 2y ;$$

b) $\dot{x} = -x$

$$\dot{y} = -x - y .$$