

Übungsaufgaben Finanzmathematik I WS09/10

Serie 3, Abgabe:12.01.2010

Aufgabe 1. Betrachten Sie ein 2-Perioden CRR Modell mit $u = 1.1, d = 0.9, S_0 = 100$ und $r = 0$.

- a) Berechnen Sie mittels Rückwärtsinduktion Preis und Absicherungsstrategie für einen sogenannten down and out Call mit Fälligkeit $T = 2$ und Auszahlung $(S_2 - 90)^+ 1_{\{\min_{n=1,2} S_n > 95\}}$. (3 Punkte).
- b) Nehmen Sie an, dass die Aktie in $t = 1$ eine Dividende in Höhe von $0.1S_1$ zahlt. Bewerten Sie mittels Rückwärtsinduktion Preis und Absicherungsstrategie einer Europäischen Putoption mit $K = 90$. (3 Punkte)

Aufgabe 2. Leiten Sie mit Hilfe der Put-Call Parität die Black-Scholes Formel für eine Europäische Putoption her. (3 Punkte)

Aufgabe 3. Betrachten Sie 2 Länder (domestic und foreign) und bezeichnen Sie mit e_t den Wechselkurs zwischen den Ländern, mit r^d und r^f den inländischen (ausländischen Zins) und mit σ_e die Volatilität des Wechselkurses. Bewerten Sie mit Hilfe der Black-Scholes Formel eine Wechselkursoption mit Auszahlung $(e_T - \bar{e})^+$. Hinweis: fassen Sie die Option als Option auf eine ausländische Nullkuponanleihe mit Fälligkeit T und Preis (in ausländischer Währung) $e^{-r^f(T-t)}, t \leq T$ auf (4 Punkte).

Aufgabe 4. Betrachten Sie auf einem filtrierten Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_n)_{n \in \mathbb{N}}, P)$ einen adaptierten Prozess (X_n) . Zeigen Sie, dass für eine Borelmenge B die Ersteintrittszeit $\tau^B = \inf\{n \in \mathbb{N} : X_n \in B\}$ eine Stoppzeit ist. (3 Punkte)