

MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER  
ÜBUNGSBLATT NR. 4

**Aufgabe 1**

a) Führen Sie die Polynomdivisionen durch:

i)  $x^4 + 2x^3 + x^2 - 2$  durch  $x^2 - x - 1$

ii) Für eine beliebige Zahl  $a$ :  $x^4$  durch  $x - a$

iii) Für eine beliebige Zahl  $a$  und eine beliebige nicht-negative ganze Zahl  $n$ :  
 $x^n$  durch  $x - a$

b) Berechnen Sie den Wert an  $x = 2$  des folgenden Polynoms mit dem Horner-Schema:

$$x^5 - x^4 + 3x^3 - x^2 + x - 3$$

*Hinweis.* In a) ii) und iii) können Sie gerne auch das Horner-Schema benutzen.

**Aufgabe 2** Geben Sie im Sinne der Vorlesung am 17.11. Umformulierungen folgender Aussage an:

Immer wenn schönes Wetter ist, muss ich arbeiten.

Verwenden Sie hierbei die folgenden Konventionen:

- “Immer” ist eine Abkürzung für “Für alle Zeitpunkte”
- Entweder das Wetter ist schön oder es ist schlecht.

**Aufgabe 3** Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

$$\text{Für alle natürlichen Zahlen } n \geq 1 \text{ gilt : } 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

Beweisen Sie nun:

$$\text{Für alle natürlichen Zahlen } n \geq 1 \text{ gilt : } 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \cdots + n)^2$$

**Aufgabe 4** (Aufgabe 1 aus “Mathematik 11”, A.7)

Ermitteln Sie, von welchem  $n$  ab die folgenden Ungleichungen gelten, und beweisen Sie die Behauptungen durch vollständige Induktion!

$$a) 2^n > 2n \quad b) 2^n > 2n + 1 \quad c) 2^n > n^2$$

*Hinweis zu c.* Benutzen Sie b)!

**Aufgabe 5** (Aufgabe 3 a) und b) aus dem Buch; bei c) stimmt was nicht, oder?)

Beweisen Sie durch vollständige Induktion!

a)  $9^n - 1$  ist für jede natürliche Zahl  $n$  durch 8 teilbar.

b)  $11^{n+2} + 12^{2n+1}$  ist stets durch 133 teilbar.

**Abgabe.** Am Freitag, 5.12., in der großen Übung oder bis dahin in den Übungsgruppen