Privatdozent Dr. C. Diem
diem@math.uni-leipzig.de
http://www.math.uni-leipzig.de/∼diem/wiwi

MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER
ÜBUNGSBLATT NR. 2

Beachten Sie bitte wirklich die folgenden Hinweise!

- Schreiben Sie auf das erste Blatt Ihrer Bearbeitung Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe (Tag und Uhrzeit)!
- Heften Sie die von Ihnen abgegebenen Blätter zusammen!

Aufgabe 1 Begründen Sie die folgende Aussage:
Für je zwei positive Zahlen a, b und jede rationale Zahl q gilt

$$(ab)^q = a^q \cdot b^q \ .$$

Wie in der Vorlesung können Sie dabei davon ausgehen, dass die Formel richtig ist, wenn die Exponenten ganze Zahlen sind.

Aufgabe 2 Für beliebige Zahlen $x_1, \ldots, x_n$ haben wir den Durchschnitt oder, wie man auch sagt, das *arithmetische Mittel*

$$\frac{x_1 + \cdots x_n}{n} \ .$$

Dieses bezeichnen wir mit $\mathrm{AM}(x_1, \ldots, x_n)$.
Außerdem haben wir für positive Zahlen $x_1, \ldots, x_n$ das *geometrische Mittel*

$$\sqrt[n]{x_1 \cdots x_n} \ .$$

Dieses bezeichnen wir mit $\mathrm{GM}(x_1, \ldots, x_n)$.

a) Für positive Zahlen $x_1, \ldots, x_n$ betrachten wir nun den Logarithmus von $\mathrm{GM}(x_1, \ldots, x_n)$ zu einer Basis $b > 0$, d.h.

$$\log_b(\mathrm{GM}(x_1, \ldots, x_n)) \ .$$

Rechnen Sie dies aus und finden Sie einen Zusammenhang zu einem arithmetischen Mittel! Schreiben Sie die Formel auf! Drücken Sie dann Ihr Ergebnis in Worten aus! Mit anderen Worten: Schreiben Sie auf, was sie sagen würden, wenn Sie Ihre Formel jemandem in Worten erklären wollten!

b) Betrachten wir nun eine Zeitreihe mit $n+1$ positiven Werten $a_0, a_1, \ldots, a_n$. Wie in der Vorlesung sei f_i der Wachstumsfaktor von Zeitpunkt / Periode $i - 1$ zu Zeitpunkt / Periode i, und es sei f der durschnittliche Wachstumsfaktor pro Zeiteinheit.

Wiederum wählen wir eine Basis $b > 0$ und logarithmieren "alles", d.h. die Zeitreihe, die Wachstumsfaktoren und auch den durchschnittlichen Wachstumsfaktor. Welche Interpretation haben nun die Zahlen $\log_b(f_i)$ in Bezug auf die logarithmierte Zeitreihe? Welche Formel erhalten wir für $\log_b(f)$?

Drücken Sie Ihr Ergebnis in einer oder mehreren Formeln aus und schreiben Sie auf, was die Formeln ausdrücken!

Aufgabe 3 Wir betrachten die historische Entwicklung der Produktionzahlen von Automobilen in den vier Ländern China, USA, Deutschland und Italien. Als Daten legen wir die Tabelle in dem Artikel "List of countries by motor vehicle production" in der englischsprachigen Wikipedia zugrunde.
Für diese Aufgabe können Sie einen Computer benutzen. Insbesondere bietet sich das Programm Excel oder das entsprechende Programm in LibreOffice an. Sie können die Aufgabe aber auch "von Hand" lösen.
Bei allen im Folgenden zu erstellenden Graphiken sollte stets für alle vier Länder eine gemeinsame Graphik erstellt werden. Dies bedeutet, dass in a) und in b) jeweils eine Graphik zu erstellen ist und in d) zwei. Die Datenpunkte eines Landes sollten verbunden werden. Selbstverständlich sollten die Graphiken auch beschriftet werden.

a) Wir betrachten die Produktionszahlen in den Jahren 1950, 1960, 1970, 1980, 1990, 2000 und 2010. Stellen Sie die Produktionszahlen der vier Länder in einem Diagramm graphisch dar! Verwenden Sie dabei die normale äquidistante Skala auf der y-Achse!

b) Stellen Sie dieselben Daten in einem Diagramm mit logarithmischer y-Achse dar, gehen Sie ansonsten so vor wie in a)! (Alternativ, wenn Sie Probleme mit der Skala haben: Tragen Sie die Logarithmen der Werte auf einer normalen Skala auf!)

c) Geben Sie für jeden der sechs 10-Jahres-Abschnitte und für jedes der vier Länder das durchschnittliche jährliche additive Wachstum, den durchschnittlichen jährlichen Wachstumsfaktor und die durchschnittliche jährliche Wachstumsrate an! Stellen Sie das durchschnittliche jährliche additive Wachstum graphisch dar! Stellen Sie die durchschnittlichen jährlichen Wachstumsraten graphisch dar! (In jeder der beiden zu erstellenden Graphiken sind für jedes Land sechs Datenpunkte gefragt. Diese sollten in der Mitte der 10-Jahres-Abschnitte eingetragen werden.)

d) Geben Sie für jedes Land jeweils zwei Prognosen für die Produktion für die Jahre 2018 und 2023 an:

   i) eine Prognose auf Grundlage der Hypothese, dass das additive jährliche Wachstum gleich dem durchschnittlichen jährlichen additiven Wachstum von 2000 bis 2013 sein wird,

   ii) eine Prognose auf Grundlage der Hypothese, dass der jährliche Wachstumsfaktor gleich dem durchschnittlichen jährlichen Wachstumsfaktor von 2000 bis 2013 sein wird.

   Hier sollten Sie "streng mathematisch" vorgehen, aber kommentieren Sie, wenn Ihnen eine Prognose nicht sinnvoll erscheint!

e) Zusatz: Beachten Sie nun auch die Daten für 1995, 2005 und 2013! Fertigen Sie neue Diagramme unter Berücksichtigung dieser Daten an! Beachten Sie hierbei, dass die Zeiträume zwischen den Werten nun unterschiedlich sind! Dies sollte sich in den Distanzen auf der x-Achse (=Zeitachse) widerspiegeln.

Abgabe. Am Freitag, 7.11., in der großen Übung oder bis dahin in den Übungsgruppen