Privatdozent Dr. C. Diem
diem@math.uni-leipzig.de
http://www.math.uni-leipzig.de/∼diem/wiwi

# MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II
# ÜBUNGSBLATT NR. 6

**Aufgabe 1** Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

$$\int \frac{x}{1+x^2}\,\mathrm{d}x \qquad \int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\,\mathrm{d}x \qquad \int x\sin(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\int x\sin(x^2)\,\mathrm{d}x \qquad \int x^2\sin(x)\,\mathrm{d}x \qquad \int \sin(x)\cdot\cos(x)\,\mathrm{d}x$$

*Hinweis.* Jedes der unbestimmten Integrale lässt sich mit partieller Integration oder Substitution berechnen. Beim fünften Integral muss man zwei Schritte durchführen.

**Aufgabe 2** Berechnen Sie die folgenden (bestimmten) Integrale auf zwei Arten:

a) Unter Verwendung von Stammfunktionen (die in Aufgabe 1 berechnet wurden).

b) Indem Sie partielle Integration oder Substitution für bestimmte Integrale anwenden.

$$\int_1^2 \frac{x}{1+x^2}\,\mathrm{d}x \qquad \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\,\mathrm{d}x \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin(x)\,\mathrm{d}x$$

**Aufgabe 3** Bestimmen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

$$\int \frac{x^4+1}{x-1}\,\mathrm{d}x \qquad \int \frac{1+x}{x^2-3x+2}\,\mathrm{d}x \qquad \int \frac{1}{x^2+2x+2}\,\mathrm{d}x$$

$$\int \frac{1+2x+3x^2}{x^2-4x+4}\,\mathrm{d}x \qquad \int \frac{2+x^2}{x^2+x+1}\,\mathrm{d}x \qquad \int \frac{2+x+x^2}{x^3-5x^2+6x}\,\mathrm{d}x$$

$$\int \frac{1}{x^3-x^2+4x-4}\,\mathrm{d}x \qquad \int \frac{1+x}{x^3-2x^2-4x+8}\,\mathrm{d}x$$

*Kurze Anleitung.* Hier ist nochmal eine kurze Anleitung für die Integration rationaler Funktionen wie oben:
Wenn der Grad des Zähler mindestens so groß ist wie der Grad des Nenners, muss zunächst eine Polynomdivision durchgeführt werden. Man erhält eine Summe aus einer Polynomfunktion und einer rationalen Funktion, deren Zähler kleineren Grad als der Nenner hat. Die wesentliche Aufgabe ist nun, die rationale Funktion zu integrieren. Man versucht, den Nenner vollständig zu faktorisieren. Wenn der Nenner Grad 3 hat, muss man dafür zunächst eine Nullstelle raten. Dann folgt unter Umständen eine Partialbruchzerlegung. Danach kann man, vielleicht noch mit einiger Mühe, integrieren.

**Abgabe.** Am Freitag, 26.6., in der Übung oder bis dahin in den Übungsgruppen