

MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II
ÜBUNGSBLATT NR. 4

Aufgabe 1 Bestimmen Sie für folgende Funktionen die partiellen Ableitung $\partial_x f$, $\partial_y f$, $\partial_{xx} f$, $\partial_{yy} f$ und $\partial_{xy} f$. Die jeweiligen Definitionsbereiche sind die jeweils maximal möglichen.

a) $f(x, y) = 2x^3 + y^2 + \sin(y)$

b) $f(x, y) = x \cdot e^{x+y}$

c) $f(x, y) = \ln(x + y)$

d) $f(x, y) = \frac{x^2+y}{xy}$

Aufgabe 2 Lösen Sie die Gleichungssysteme:

a)

$$x + 4y = 0$$

$$3x + y = 0$$

b)

$$x - 3y = 2$$

$$2x + y = 0$$

c)

$$x - 3y + 2z = 2$$

$$-x + 2y - z = 1$$

$$y + z = 2$$

d)

$$x^2 + x = 0$$

$$x + y = 2$$

Aufgabe 3 Gegeben seien die Funktionen

- (i) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + y^2 - xy - x - 6,$
- (ii) $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^3 - y^3 + 3xy,$
- (iii) $h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20.$

- a) Bestimmen Sie jeweils die kritischen Stellen.
- b) Berechnen Sie die Funktionswerte der kritischen Stellen.
- c) Entscheiden Sie, ob es sich bei den kritischen Stellen um Minimal-, Maximal- oder Sattelstellen handelt.

Aufgabe 4

- a) Ermitteln Sie für die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x + 3y$ unter der Nebenbedingung $4x^2 + y^2 = 4$ die (globalen) Maximal- und die Minimalstellen.
- b) Bestimmen Sie für die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x \cdot y$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 1$ die (globalen) Maximal- und Minimalstellen.
- c) Wir ersetzen in a) und b) jeweils in der Nebenbedingung “=” durch “ $\leq$ ”. Wie lauten nun die Lösungen der Aufgaben?

Sie können voraussetzen, dass die Funktionen f auf den durch die Nebenbedingungen beschriebenen Bereichen jeweils (mindestens) ein (globales) Maximum und (mindestens) ein (globales) Minimum haben.

Aufgabe 5 Sie haben Holzplatten mit einer Gesamtfläche von $64m^2$. Daraus möchten Sie einen Quader mit möglichst großem Volumen bauen.

Wir setzen voraus, dass es (mindestens) eine Kombination von Seitenlängen x, y, z gibt, für die das Volumen $V = x \cdot y \cdot z$ maximal ist.

Bestimmen Sie nun Seitenlängen x, y, z , für die das Volumen maximal ist, sowie das entsprechende Volumen V .

Abgabe. Am Freitag, 29.5., in der Übung oder bis dahin in den Übungsgruppen