

MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER II
ÜBUNGSBLATT NR. 1

Aufgabe 1 Bestimmen sie für feste Zahlen a, b, c, d für jede der folgenden Funktionen die Ableitung!

$$\begin{array}{ll} a) & x \mapsto ax^2 + bx + c \quad b) \quad x \mapsto \frac{a+x}{b+x} \\ c) & x \mapsto \sqrt{a + bx^2} \quad d) \quad x \mapsto (ax + b) \cdot e^{cx+d} \end{array}$$

Die Definitionsbereiche sind hierbei jeweils die maximal möglichen – sie sind nicht relevant für die Aufgabe.

Aufgabe 2 Wir betrachten die folgende Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^4 + x^2y + 3xy + y^2 + 5y$$

Wir definieren nun für jedes feste x eine Funktion $g_x : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$g_x(y) := f(x, y)$$

und für jedes feste y eine Funktion $h_y : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$h_y(x) := f(x, y).$$

- a) Wie lauten die Funktionen g_x und h_y explizit?
b) Bestimmen Sie die Ableitungen $\frac{dg_x(y)}{dy}$ und $\frac{dh_y(x)}{dx}$!

Bemerkung. Diese Aufgabe ist eine Vorbereitung für den Begriff der *partiellen Ableitung*, der auch in der Vorlesung Mikroökonomie relevant ist.

Aufgabe 3 In der Vorlesung wurde argumentiert, dass für “kleine” x

$$e^x - 1 \approx x$$

gilt.

- a) Argumentieren Sie in Analogie hierzu, dass für “kleine” x

$$\log(1 + x) \approx x$$

gilt! Schauen Sie sich dazu nochmal die Folien an!

- b) Machen Sie eine Tabelle, in der Sie für die folgenden Werte von x approximativ den Wert von $\log(1 + x)$ angeben: $x = 1; 0, 1; 0, 5; 0, 2; 0, 1; 0, 05$.
c) Sechs Zellkulturen sind in einer Stunde wie folgt gewachsen: 100%, 10%, 5%, 2%, 1%, 0, 5%. Wenn wir voraussetzen, dass das Wachstum exponentiell ist, wie groß ist dann jeweils die stetige Wachstumsrate (approximativ)?

Aufgabe 4 Es sei f eine differenzierbare Funktion und $x_0 \in D_f$. Die *Tangente* an den Graphen von f ist die Gerade, die durch $(x_0, f(x_0))$ geht und die Steigung $f'(x_0)$ hat. Die *lineare Approximation* von f an x_0 ist die lineare Funktion

$$x \mapsto f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0) .$$

- a) Argumentieren Sie, dass der Graph der linearen Approximation an x_0 die Tangente durch $(x_0, f(x_0))$ ist!
- b) Wir betrachten nun die Funktion f mit $f(x) := e^{(x^2)}$. Bestimmen sie die linearen Approximationen von f jeweils für $x_0 = 0; 1; 2; 3; 4!$

Abgabe. Am Freitag, 17.4., in der Übung oder bis dahin in den Übungsgruppen