Jun.Prof. Dr. C. Diem
diem@math.uni-leipzig.de
http://www.math.uni-leipzig.de/∼diem/la

LINEARE ALGEBRA FÜR INFORMATIKER
ÜBUNGSBLATT NR. 10

Aufgaben für die Übungsgruppen

Aufgabe Ü1 Diskutieren Sie, welche "Arten" von linearen und affinen Unterräumen des $\mathbb{R}^1 = \mathbb{R}, \mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ es gibt!

Aufgabe Ü2 Diskutieren Sie nochmal, warum der Lösungsraum eines homogenen LGS ein linearer Unterraum und warum der Lösungsraum eines inhomogenen LGS ein affiner Unterraum ist!

Aufgabe Ü3 Sei K ein Körper und sein $a, b, c \in K$. Lösen Sie die lineare Gleichung

$$aX_1 + bX_2 = c$$

in Abhängigkeit von a, b, c!

Aufgabe Ü4 Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungsssteme über $\mathbb{Q}$.

$$\begin{array}{rcrcrcr} X_1 & + & X_2 & - & 2X_3 & = & 1 \\ X_1 & + & 3X_2 & & & = & 1 \\ X_1 & + & 2X_2 & + & X_3 & = & -1 \end{array} \qquad \begin{array}{rcrcrcr} X_1 & + & X_2 & - & 2X_3 & = & 1 \\ X_1 & + & 3X_2 & & & = & 1 \\ X_1 & + & 2X_2 & - & X_3 & = & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcrcr} X_1 & + & X_2 & - & 2X_3 & = & 1 \\ X_1 & + & 3X_2 & & & = & 1 \\ X_1 & + & 2X_2 & - & X_3 & = & 1 \end{array}$$

Schriftliche Hausaufgaben

Abgabe. Bis Freitag, 9.1., 10 Uhr.

Aufgabe H1 Sei K ein Körper.

a) Seien A, B eine Teilmengen von K^n, und sei $\underline{x} \in K^n$. Zeigen Sie:

$$(\underline{x} + A) \cap (\underline{x} + B) = \underline{x} + (A \cap B)$$

b) Seien U und V lineare Unterräume von K^n. Zeigen Sie: $U \cap V$ ist auch ein linearer Unterraum von K^n.

c) Seien A und B affine Unterräume von K^n, und seien (wie in der Vorlesung) U_A, U_B die zugeordneten linearen Unterräume. Zeigen Sie: Entweder $A \cap B$ ist leer oder es ist auch ein affiner Unterraum von K^n mit $U_{A\cap B} = U_A \cap U_B$.

Aufgabe H2 Sei K ein Körper und seien $a, b, c, d \in K$. Lösen Sie das folgende homogene LGS in Abhängigkeit von a, b, c, d!

$$\begin{array}{rcrcr} aX_1 & + & bX_2 & = & 0 \\ cX_1 & + & dX_2 & = & 0 \end{array}$$

Aufgabe H3

a) Lösen Sie das folgende homogene LGS jeweils über $\mathbb{F}_3$ und $\mathbb{Q}$!

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} X_1 & + & X_2 & + & 2X_3 & + & X_4 & = & 0 \\ 2X_1 & + & X_2 & & & + & X_4 & = & 0 \\ X_1 & & & + & X_3 & & & = & 0 \\ X_1 & & & & & + & X_4 & = & 0 \end{array}$$

b) Lösen Sie das folgende LGS über $\mathbb{Q}$ in Abhängigkeit von $a, b \in K \in \mathbb{Q}$!

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} X_1 & + & X_2 & & & + & aX_4 & = & b \\ X_1 & + & X_2 & + & X_3 & + & 2X_4 & = & 2 \\ -X_1 & - & X_2 & + & X_3 & - & X_4 & = & -1 \\ -2X_1 & - & 2X_2 & + & 2X_3 & & & = & 0 \end{array}$$