

Test 1 zur Linearen Algebra

1.12.2008

Vorname

Name

Übungsgruppe

Matrikel-Nr.

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punkte	6	6	6	6	24
erreichte Punkte					

Bitte füllen Sie dieses Deckblatt aus und geben Sie es **zusammen** mit Ihren Bearbeitungen der Aufgaben ab!

Bitte schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen!

Aufgabe 1

Geben Sie jeweils Beispiele für das Folgende an. Begründen Sie Ihre Antwort kurz! (Je 1,5 Punkte pro richtigem Beispiel und 1,5 Punkte pro richtiger (knapper) Begründung.)

- a) Eine Menge mit einer Verknüpfung, die nicht assoziativ ist.
- b) Ein Monoid, das keine Gruppe ist.
- c) Eine Gruppe, die nicht kommutativ ist.
- d) Ein Ring mit endlich vielen Elementen, der kein Körper ist.

Aufgabe 2

Seien X und Y Mengen und $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

- a) Für alle $V \subseteq X$ gilt: $V \subseteq f^{-1}(f(V))$.
- b) Die folgenden beiden Aussagen sind äquivalent:
 - f ist injektiv.
 - Für alle $V \subseteq X$ gilt: $V = f^{-1}(f(V))$.

Aufgabe 3

Welche der folgenden Relationen auf \mathbb{Z} sind reflexiv bzw. symmetrisch bzw. antisymmetrisch bzw. transitiv? Welche sind Äquivalenzrelationen, welche sind Ordnungsrelationen? Begründen Sie Ihre Antwort!

- a) Die Relation $=$.
- b) Die Relation $>$.
- c) Die wie folgt Relation $\sim : x \sim y :\iff x = y + 1$.
- d) Die wie folgt Relation $\sim : x \sim y :\iff x \leq y + 1$.

Aufgabe 4

Seien K und L Körper und $\varphi : K \rightarrow L$ ein Homomorphismus von Körpern. Zeigen Sie: φ ist injektiv.