Fragen zur Vorlesung Wahrscheinlichkeitstheorie für Lehrer 12.07.2010

Frage 1 *In welchem Punkt schneiden sich die beste lineare Anpassung von y bezüglich x und die beste lineare Anpassung von x bezüglich y? Unter welchen Bedingungen sind die beste lineare Anpassung von y bezüglich x und die beste lineare Anpassung von x bezüglich y identisch?*

Frage 2 *Erläutern Sie die Einteilung der Merkmale nach der Skalierung und geben Sie für alle Arten Beispiele an!*

Frage 3 *Erläutern Sie den Begriff Modalwert einer Stichprobe! Geben Sie ein Beispiel an, in dem es genau einen Modalwert gibt!*

Frage 4 *Erläutern Sie die Axiome von Kolmogorov für die Wahrscheinlichkeit!*

Frage 5 *Geben Sie alle Ereignisse an, die man aus zwei unvereinbaren Ereignissen bilden kann!*

Frage 6 *Was ist ein endlicher Wahrscheinlichkeitsraum?*

Frage 7 *Definieren Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A unter der Bedingung, dass das Ereignis B mit positiver Wahrscheinlichkeit eingetreten ist!*

Frage 8 *Was ist eine Zufallsgröße? Geben Sie ein Beispiel an!*

Frage 9 *Erläutern Sie das Bernoulli-Schema! Welche Zufallsgröße im Bernoulli-Schema ist geometrisch verteilt?*

Frage 10 *Was ist eine symmetrische Zufallsgröße? Geben Sie ein Beispiel an!*

Frage 11 *Wie lautet die Dichte der standardisierten Normalverteilung?*

Frage 12 *Was bedeutet es, dass der Korrelationskoeffizient gleich 1 ist?*

Klausur zur Stochastik für Lehrer
12.07.2010

Aufgabe 1 *(12 Punkte)* Für ein Merkmal mit 5 Ausprägungen a_i wird eine Versuchsreihe mit 50 Versuchen durchgeführt. Folgende Tabelle enthält die absoluten Häufigkeiten n_i:

a_i	0	2	3	4	5
n_i	8	10	12	6	4

a) Bestimmen Sie das arithmetische Mittel, den Modalwert, empirischen Median, die Variationsbreite und die empirische Varianz s_n^2.
b) Zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion in ein Koordinatensystem.

Aufgabe 2 *(12 Punkte)*
Zwei Geräte arbeiten unabhängig voneinander. Die Wahrscheinlichkeit, dass das erste bzw. zweite Gerät ausfällt sei entsprechend $p_1 = 0,2$ und $p_2 = 0,4$.
a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau ein Gerät ausfällt.
b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das erste Gerät nicht ausfällt, wenn bekannt ist, dass genau ein Gerät ausgefallen ist.
c) Es sei X die Anzahl der ausgefallenen Geräte. Bestimmen Sie die Verteilung von X. Zeigen Sie, dass $EX = p_1 + p_2 = 0,6$ gilt.

Aufgabe 3 *(12 Punkte)*
Es seien U_1 und U_2 unabhängige Zufallsgrößen, die identisch gleichmäßig verteilt im Intervall $(1,2)$ sind.
a) Zeigen Sie, dass für die Verteilungsfunktion F_X von $X := \max(U_1, U_2)$

$$F_X(x) := \begin{cases} 0, & \text{wenn} \quad 0 \le x < 1 \\ (x-1)^2, & \text{wenn} \quad 1 \le x \le 2 \\ 1, & \text{wenn} \quad 2 < x \end{cases}$$

gilt.
b) Bestimmen Sie die Dichte von der Zufallsgröße X.
c) Berechnen Sie den Median von X
d) Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße $3X + 1$.

Aufgabe 4 *(12 Punkte)* Unter 50 Fragen befinden sich 10 Fragen, die der Student in einer Prüfung nicht richtig beantworten könnte. Der Student hat bei der Prüfung zufällig 8 Fragen aus den 50 Fragen aus. Wenn er mindestens 6 Fragen richtig beantworten kann, dann hat er die Prüfung bestanden.
a) Es sei X die Anzahl der falsch beantworteten Fragen. Geben Sie die Verteilung von X an und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X = i)$, $i = 0, 1, 2.$.
b) Berechnen Sie die erwartete Anzahl der richtig beantworteten Fragen Y.
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Student die Prüfung nicht besteht?
d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Student die Prüfung besteht, falls er die ersten beiden Fragen richtig beantwortet hat?