

**Aufgabe 1**

Der Schaden  $X$  in einer Periode erfüllt folgende Bedingungen: Die bedingte Verteilung von  $X$  unter  $\Lambda = \lambda > 0$  ist Poisson-verteilt mit dem Parameter  $\lambda$  und die Zufallsgröße  $\Lambda$  besitzt die Zweipunktverteilung

$$F_\Lambda = (1 - p)\delta_a + p\delta_b, \quad 0 < a < b.$$

Die Prämie in einer Periode sei  $c$ .

- (a) Bestimmen Sie die momenterzeugende Funktion des effektiven Schadens  $Y = X - c$ .
- (b) Untersuchen Sie, unter welchen Bedingungen an  $a, b, p$  und  $c$  der Anpassungskoeffizient  $R$  existiert.
- (c) Zeigen Sie, dass der Anpassungskoeffizient  $R = t$  die folgende Gleichung erfüllt:

$$e^{a(e^t-1)}(1 - p) + e^{b(e^t-1)}p = e^{-tc}$$

**Aufgabe 2**

Der Schaden  $X_j$  in einer Periode sei Poisson-verteilt mit dem Parameter 1. Die Prämie  $c > 1$  sei ganzzahlig.

- (a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten  $U_1(s)$  und  $U_2(s)$ , dass kein Ruin in der ersten bzw. und zweiten Periode eintritt, wobei  $s \geq 0$  eine nichtnegative ganze Zahl ist.
- (b) Stellen Sie aufgrund von (a) eine Vermutung für  $U_m(s)$  auf.

**Aufgabe 3**

Die Verteilung der Risiken  $X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n + 1$ ) unter  $\Theta = \vartheta$  sei nach  $\text{Poi}(\vartheta)$  verteilt, d. h. es gilt

$$P(x_j = x_j | \Theta = \vartheta) = e^{-\vartheta} \frac{\vartheta^{x_j}}{x_j!}, \quad k = 0, 1, \dots$$

und  $(X_1, \dots, X_n)$  sei unter  $\Theta = \vartheta$  bedingt unabhängig. Die momenterzeugende Funktion von der Risikoqualität  $\Theta$  sei  $M_\Theta(t)$ .

- (a) Zeigen Sie, dass für  $X_j = x_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ , die exakte Credibility-Prämie  $\mu_{n+1}^*$  eine Funktion des arithmetischen Mittels  $\bar{x}_n$  und  $N$  ist und drücken Sie die exakte Credibility-Prämie  $\mu_{n+1}^*$  als Funktion der momenterzeugenden Funktion  $M_\Theta$  aus.
- (b) Bestimmen Sie die exakte Credibility-Prämie  $\mu_{n+1}^*$  für

$$F_\Theta = \delta_1(1 - p) + \delta_2p.$$

- (c) Geben Sie für eine beliebige Verteilungsfunktion  $F_\Theta$  mit zweitem Moment die Credibility  $\kappa_n$  an.

**Aufgabe 4**

Schätzen Sie die Parameter der linearen Credibility-Schätzung  $\mu = EX$ ,  $a = \text{Var}(\mu(\Theta))$ ,  $\varphi = E\text{Var}(X|\Theta)$ ,  $\kappa_n$  und  $\text{Var}(X)$ , falls folgende Daten ermittelt wurden und vorausgesetzt wird, dass das Bühlmann-Straub-Modell vorliegt.

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$
$j = 1$	10	12	14	12
$j = 2$	13	17	15	12
$j = 3$	14	10	6	20