

Name:**Matrikel-Nummer:****Unterschrift:**

1. Lösen Sie die Gleichung: $e^x = 1 + \cos x$, $x \geq 0$.
Bestimmen Sie zunächst die Anzahl der Fixpunkte und geben Sie eine Skizze an (6P.)
2. Bestimmen Sie alle Nullstellen des Polynoms
$$P(x) = x^4 - x^3 - 20x^2 + 15x + 5$$
Verwenden Sie für die Berechnung das Horner-Schema und untersuchen Sie ihr Verfahren auf Konvergenz. (6P.)
3. Es seien folgende Werte (x, y) gegeben
(1.00,1.785), (1.05,1.860), (1.10,1.943), (1.15,2.005), (1.20,2.076).
Stellen Sie das Differenzenschema für das Newtonsche Interpolationspolynom $P_4(x)$ auf und berechnen Sie:
a) $P_4(1.04)$ b) $P'_4(1.00)$ c) $P''_4(1.00)$ d) $P'''_4(1.00)$. (5P.)
4. Es sei $I = \int_0^1 \frac{\tan x}{x+1} dx$.
a. Berechnen Sie I mittels Trapezregel.
b. Berechnen Sie I mittels verbesserter Trapezregel.
c. Berechnen Sie I mittels (einfacher) Simpsonscher Regel.
d. Geben Sie für a) eine Fehlerabschätzung an. (5P.)
5. Es sei das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ mit $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -4 & -3 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{pmatrix} -2.2 \\ 7.1 \\ 2.3 \end{pmatrix}$ gegeben.
a. Berechnen Sie \mathbf{x} mittels Zeilen-Pivotisierung.
b. Berechnen Sie $\mathbf{Ax}^0=\mathbf{b}^0$, wobei \mathbf{x}^0 die Lösung von a) mit 2 Dezimalstellen nach dem Komma bezeichnet.
c. Berechnen Sie \mathbf{A}^{-1} und geben Sie die a posteriori-Fehlerabschätzung $C_1 \leq \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^0\| \leq C_2$ sowie die Konditionszahlen an. (7P.)

6. (Zusatz) Es seien folgende Werte $(x, y(x))$ gegeben:
 $(0,3), (1,2.37), (2,2.14), (3,2.05), (4,2.01)$.
Bestimmen Sie die Ausgleichsfunktion $y(x) = ax + b$. (4P.)
7. (Zusatz) Es seien folgende Werte $(x, y(x))$ gegeben:
 $(0,1), (1,1), (2,2), (3,6), (4,24)$.
Bestimmen Sie die Ausgleichsfunktion $y(x) = c \cdot e^{ax}$. (4P.)
8. (Zusatz) Bestimmen Sie die Ausgleichsgerade für $y(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $0 \leq x \leq 10$. (5P.)