

Prüfungsklausur
zur Vorlesung Numerische Mathematik

Name:_____
Matrikel-Nr.:_____
Mir ist bekannt, daß Täuschungsversuche zum Nichtbestehen der Klausur führen.
Unterschrift:_____
Bei dieser Klausur sind insgesamt 32 Punkte möglich. Zum Bestehen der Klausur sind 16 Punkte nötig.

1	2	3	4	Ges.	Note	Unterschriften
						/

Die Note dieser Prüfungsklausur zählt zu 25% zur Gesamtnote im Prüfungsfach Mathematik der Informatik-Vordiplomprüfung.

Erlaubte Hilfsmittel sind beliebig viele Bücher, Skripte und eigene Aufzeichnungen sowie ein nichtprogrammierbarer Taschenrechner. Papier für die Bearbeitung der Klausuraufgaben ist selbst zu stellen.

- (1) Zur Berechnung von $y = \tan(x)$ kann man die Darstellung

$$y = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

verwenden. Man führe eine differentielle Fehleranalyse bezüglich des relativen Fehlers für den darauf aufbauenden Algorithmus durch und begründe, warum dieser Algorithmus stabil ist. (9 Punkte)

- (2) Man bestimme (rundungsfehlerfrei) das zu den Werten

i	0	1	2	3
t_i	-2	0	1	2
f_i	14	4	8	10

gehörige Interpolationspolynom bezüglich der Newton-Basis und werte es an den Stellen $t = -1$ und $t = 3$ mit Hilfe des modifizierten Horner-Schemas (ebenfalls rundungsfehlerfrei) aus. (7 Punkte)

- (3) Man bestimme (rundungsfehlerfrei) die zu den Werten

i	0	1	2	3	4
t_i	-2	-1	0	1	2
f_i	0	0	1	0	0

gehörige natürliche Spline-Interpolierende. (9 Punkte)

- (4) Man zeige, daß das Newton-Verfahren für das Nullstellenproblem

$$x^2 - 2 = 0$$

auf die Form

$$x_{\nu+1} = \frac{1}{2} \left(x_{\nu} + \frac{2}{x_{\nu}} \right)$$

gebracht werden kann, und führe auf der Basis dieser Darstellung drei Iterationsschritte ausgehend von $x_0 = 2$ unter Verwendung der Arithmetik in $M_{10,6}$ durch. (7 Punkte)