

Name:**Matrikel-Nummer:****Unterschrift:**

1. Lösen Sie die Gleichung: $x^2 - 3x + 2 = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$.
Untersuchen Sie ihr Verfahren auf Konvergenz und geben Sie eine Skizze an. (6P.)
2. Bestimmen Sie die lokalen Extrema (x_e, y_e) des Polynoms

$$P(x) = 2x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 2$$
Verwenden Sie für die Berechnung der Funktionswerte das Horner-Schema. (6P.)
3. Es seien folgende Werte (x, y) gegeben
 $(2.00, 3.627), (2.10, 4.022), (2.20, 4.457), (2.30, 4.937), (2.40, 5.466)$.
Stellen Sie das Differenzenschema für das Newtonsche Interpolationspolynom $P_4(x)$ auf und berechnen Sie:
a) $P_4(2.07)$ b) $P'_4(2.00)$ c) $P''_4(2.00)$ d) $P'''_4(2.00)$. (5P.)
4. Es sei $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx$.
a. Geben Sie für I eine obere und untere Schranke an.
b. Berechnen Sie I mittels verbesserter Trapezregel.
c. Berechnen Sie I mittels (einfacher) Simpsonscher Regel. (6P.)
5. Es sei das lineare Gleichungssystem $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ mit $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -4 & -3 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{b}=\begin{pmatrix} -2.2 \\ 7.1 \\ 2.3 \end{pmatrix}$
gegeben.
a. Geben Sie ein a priori-Abschätzung für den absoluten und relativen Fehler von \mathbf{x} an.
b. Berechnen Sie \mathbf{x} mit 3 Dezimalstellen nach dem Komma.
c. Berechnen Sie $\mathbf{Ax}^0=\mathbf{b}^0$, wobei \mathbf{x}^0 die Lösung von b) mit 2 Dezimalstellen nach dem Komma bezeichnet.
d. Geben Sie ein a posteriori-Fehlerabschätzung $C_1 \leq \|x - x^0\| \leq C_2$ an. (9P.)
6. (Zusatz) Bestimmen Sie die Ausgleichsgerade für $y(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $0 \leq x \leq 10$. (5P.)