Klausur zur Differential- und Integralrechnung II
21.07.2006, 15:15–17:45 Uhr, Zentralmensa, Augustusplatz 10/11

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Existiert der Grenzwert

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ x \neq 0}} \frac{\mathrm{e}^x - \sin x + \cos x - 2}{x^3}$$

und wenn ja, welchen Wert hat er?

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Berechnen Sie die Taylorentwicklung an der Stelle $(1,\, 1)$ bis zu den Gliedern zweiter Ordnung (einschließlich) für die Funktion $f = f\,(x,\, y)$ mit den Funktionswerten $f\,(x,\, y) = (x - y)\,/\,(x + y)$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass es zu jedem $x \in \mathbb{R}$ genau ein $y = y\,(x) \in \mathbb{R}$ gibt mit $y^3 + y - x^3 + x = 0$ und bestimmen Sie alle loken Extrema (Lage, Entscheidung, ob Minimum oder Maximum) der Funktion $y = y\,(x)$.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion $f = f\,(x,\, y)$ mit

$$f\,(x,\, y) = x^2 + xy + y^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{y} \qquad (x, y > 0)$$

auf lokale Extrema (Lage, Entscheidung, ob Minimum, Maximum).

Aufgabe 5: (4 Punkte)

Zerlegen Sie die Funktion $f = f\,(x)$ mit

$$f\,(x) = \frac{x + 1}{x^2\,(x^2 - 2x + 1)}$$

in Partialbrüche.

Aufgabe 6: (4 Punkte)

Berechnen Sie die bestimmten Integrale

$$\int_0^4 \sqrt{2x + 1}\,\mathrm{d}x, \qquad \int_a^b \sin x\,\mathrm{e}^{\cos x}\,\mathrm{d}x.$$

Aufgabe 7: (4 Punkte)

Berechnen Sie

$$\int_1^2 5^x\,\mathrm{d}x$$

gemäß der Definition des bestimmten Integrals als Grenzwert geeigneter Zwischensummen zu äquidistanten Zerlegungen des Intervalls $[1,\, 2]$.