

Klausur Gewöhnliche Differentialgleichungen

6.02.2009, 15.15 - 17.15 Uhr, Fak. f. Chemie, Hörsaal 4, Linnéstr. 2

Vorname	Name	Matrikelnummer

Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Summe	Note

Bitte diesen Aufgabenzettel als Deckblatt benutzen und auf jedem weiteren Blatt Namen und Matrikelnummer angeben! Ergebnisse der Klausur und Übungsscheinerteilung werden auf der bisherigen Seite mit den Übungsaufgaben im Netz bis Anfang März verfügbar sein. Als Hilfsmittel zur Klausur sind nur die üblichen Schreibutensilien zugelassen.

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden beiden Differentialgleichungen

a) $y' + 2y = (x + 1)e^{2x}$,

b) $(1 + x^2)y'' - 2y = 0$.

Hinweis zu b): Suchen Sie zunächst nach einer Lösung in Form eines Polynoms.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Ist die Differentialgleichung

$$y' = -\frac{y(2x - y - 1)}{x(2y - x - 1)}$$

exakt? Wenn nicht, dann bestimmen Sie einen Eulerschen Multiplikator der Form $\lambda = \lambda(x + y)$.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y = x^2 e^{y'} + xy', \quad y(1) = 1.$$

Hinweis: Z.B. Behandlung als implizite Differentialgleichung.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Berechnen Sie

$$\exp \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ b & a & 0 \\ b & 0 & a \end{pmatrix}, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 5: (6 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden linearen Differentialgleichungssystems erster Ordnung für zwei gesuchte Funktionen $y_1 = y_1(x)$, $y_2 = y_2(x)$

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^{-x} \\ 0 \end{pmatrix}.$$