

Klausur Gewöhnliche Differentialgleichungen, 25.7. 2012 Aufgabenteil

Hinweis: Geben Sie Typen von Differentialgleichungen und Ansätze an. Formulieren Sie Endergebnisse, Lösungswege und Begründungen für getroffene Aussagen.

1. (12 Punkte) Lösen Sie die Differentialgleichung

$$y' = 2 \left(\frac{y+2}{x+y-1} \right)^2$$

in einem geeigneten Gebiet. Dabei reicht die Angabe der Lösung in impliziter Gestalt.

- Z1 (Zusatzaufgabe, 2 Punkte) Bestimmen Sie möglichst große Gebiete, in denen durch jeden Punkt genau eine maximale Integralkurve der obigen Differentialgleichung geht.

2. (8 Punkte) Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem für das Differentialgleichungssystem

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y \\ \dot{y} = 3x + 2y. \end{cases}$$

- Z2 (Zusatzaufgabe, 3 Punkte) Betrachtet werde die lineare Differentialgleichung

$$y'' - y' \sin x - e^{-x}y = 0.$$

Mit $w(x)$ werde die für ein Fundamentalsystem dieser Differentialgleichung gebildete Wronskideterminante bezeichnet. Man leite ein homogene lineare Differentialgleichung erster Ordnung her, die $y = w(x)$ zur Lösung hat.