

# Klausur Gewöhnliche Differentialgleichungen, 19.7. 2010

## Aufgabenteil

Hinweis: Geben Sie Typen von Differentialgleichungen und Ansätze an. Formulieren Sie Endergebnisse, Lösungswege und Begründungen für getroffene Aussagen.

Bewertungsmaßstab:

Aufgabe	1	2	Fragen	Summe
Punkte	11	6	8	25

Punkte	23	19	15	10
Note	1	2	3	4, bestanden

1. Bestimmen Sie die Lösungen der Differentialgleichung

$$2x(1 + \sqrt{x^2 - y}) dx - \sqrt{x^2 - y} dy = 0$$

in expliziter Gestalt. Geben Sie für die Differentialgleichung auch die übliche schreibweise einer Differentialgleichung erster Ordnung an und bestimmen Sie ein möglichst großes Gebiet mit der Eigenschaft, dass durch jeden Punkt des Gebietes genau eine maximale Integralkurve geht.

2. Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem und die allgemeine reelle Lösung für das Differentialgleichungssystem

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y \\ \dot{y} = -2x - y. \end{cases}$$

Z (Zusatzaufgabe, 5 Punkte) Man gebe eine lineare Differentialgleichung an, die die auf  $\mathbb{R}$  gegebenen Funktionen  $\varphi_1(x) = x^2 - 3x$ ,  $\varphi_2(x) = x - 3$  und  $\varphi_3(x) = e^x \sin(2x)$  als spezielle Lösungen hat. Ferner untersuche man die drei gegebenen Funktionen auf lineare Unabhängigkeit.