

Grundlagen der Mathematik
Übungsaufgaben
Serie 3

Hinweis

Bitte vermerken Sie auf jedem Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Geben Sie ferner an, an welchem Wochentag und zu welcher Uhrzeit Ihre Übung stattfindet. Geben Sie Ihre Lösungen bis Mittwoch, 01.11.2017, 10:45 Uhr im Hörsaal 6 oder im Postfach von S. Hintze in der 5. Etage des Neuen Augusteums ab.

Aufgabe 1

Beweisen Sie die folgende Implikation mithilfe einer Kontraposition. Notieren Sie zunächst Voraussetzung und Behauptung sowie die daraus resultierende Kontraposition.

Es seien $a, b \in \mathbb{N}$. Wenn $\frac{a-b}{a+b}$ nicht gekürzt werden kann, dann kann auch $\frac{a}{b}$ nicht gekürzt werden. (5P)

Aufgabe 2

Beweisen Sie die folgende Aussage mithilfe eines Widerspruchsbeweises. Notieren Sie zunächst Voraussetzung und Behauptung sowie die zu falsifizierende Konjunktion.

Wenn $a, b \in \mathbb{N}$, dann gilt

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2.$$

(5P)

Aufgabe 3

Beweisen Sie mithilfe einer Fallunterscheidung die folgende Aussage.

Sei Q die Menge aller Quadratzahlen, d.h. $Q = \{k^2 | k \in \mathbb{N}\}$. Dann gilt für alle $q \in Q$, dass q bei der Division durch 3 nicht den Rest 2 lässt. (5P)

Aufgabe 4

Zeigen Sie mithilfe eines Beweises durch vollständige Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{m=1}^n \frac{1}{m \cdot (m+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

(5P)