

Übungen zur Vorlesung
Mathematik 3 für Physiker und Meteorologen
Blatt 3

Aufgabe 1 (5 Punkte). Untersuche die Differenzialgleichung

$$-\sin(x)e^{-y} + (e^y - \cos(x)e^{-y})y' = 0$$

auf Exaktheit und bestimme gegebenenfalls eine Potentialfunktion F . Skizziere die Lösungsmenge von $F(x, y) = F(0, 0)$ und bestimme alle Lösungen des Anfangswertproblems für die Anfangswerte $y(0) = 0$. Bestimme den maximalen Definitionsbereich für die Lösungen.

Hinweis: Dazu darf $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos(h)}}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ benutzt werden.

Aufgabe 2 (3 Punkte). Sei $\|\cdot\|$ die euklidische Norm auf \mathbb{R}^n und $a \in \mathbb{R}^n$. Zeige, dass das Anfangswertproblem ($y : I \rightarrow \mathbb{R}^n$)

$$y' = \|y\| a$$

für beliebigen Anfangswert eine (lokal) eindeutige Lösung hat.

Aufgabe 3 (5 Punkte). Betrachte das Anfangswertproblem $y' = \sqrt{|y|}$, $y(0) = 0$. Bestimme die Picard-Iterierten zu den Anfangsfunktionen $\psi_0(x) = 0$ beziehungsweise $\varphi_0(x) = x^2$ und bestimme die zugehörigen Grenzfunktionen. Gib eine weitere Startfunktion an, so dass die Picard-Iterierten konvergieren. (Es genügt die Betrachtung für positive Werte von x).

Die schriftlich bearbeiteten Übungsaufgaben sind in der Übung am Montag dem 30.10. abzugeben. Alternativ können die Lösungen bis Montag Abend im Raum A514 im neuen Augusteum am Augustusplatz in das Postfach A433 eingeworfen werden.