

Klausur Wahrscheinlichkeitstheorie für Informatiker und Lehrer
(15.2.2016)

Hinweis: Als Hilfsmittel sind nur Taschenrechner zugelassen. Mobiltelefone bitte ausschalten und nicht auf dem Arbeitsplatz ablegen. Außer bei der Aufgabe 1 sind die Lösungsschritte deutlich darzulegen. Bei alleiniger Ergebnisangabe o.ä. kann Punktabzug erfolgen.

1. Sei $\mathbb{N} := \{1, 2, 3, \dots\}$ die Menge der natürlichen Zahlen. Ein Zufallsgenerator erzeuge irgendeine natürliche Zahl. Für $n \in \mathbb{N}$ bezeichne A_n das zufällige Ereignis, dass die erzeugte Zahl durch n teilbar ist. Beschreiben Sie jedes der folgenden Ereignisse mit deutschen Worten, ohne dabei die Worte "und" oder "oder" oder entsprechende Synonyme zu verwenden.
 $A_3 \cup A_6 \cup A_{18}$, $A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5$, $A_1 \setminus (A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5)$,
 $\overline{A_2} \cup \overline{A_3} \cup \overline{A_4} \cup \overline{A_5}$, $(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n) \cup A_{10}$, $A_5 \cap (\bigcup_{n=9}^{\infty} A_n)$
Hinweis: Die Antworten zu dieser Aufgabe brauchen **nicht** begründet zu werden.
2. Aus den neun Ziffern 1,2,...,9 wird zufällig eine sechsstellige Zahl gebildet, wobei sich jede Ziffer beliebig oft wiederholen darf. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
 - a) alle Ziffern gleich sind,
 - b) alle Ziffern verschieden sind,
 - c) die Ziffern 1,2 und 3 nicht auftreten,
 - d) am Anfang der Zahl zweimal die Ziffer 1 steht und ansonsten die 1 nicht vorkommt?
3. Von zwei zufälligen Ereignissen A und B seien die folgenden Wahrscheinlichkeiten bekannt: $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$, $P(B \setminus A) = \frac{3}{10}$ und $P(\overline{A}) = \frac{1}{2}$. Berechnen Sie $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$, $P(\overline{A} \cup B)$, $P(\overline{A} \cup \overline{B})$.
4. Ein Spieler möchte sich an folgendem Spiel beteiligen. Der Einsatz beträgt 10 Euro. Dann wird ein gezinkter Würfel, bei dem die "6" mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ auftritt, zweimal geworfen. Tritt die "6" gleich beim ersten Wurf auf, so erhält der Spieler 5 Euro. Tritt die "6" beim ersten Wurf nicht auf, aber beim zweiten Wurf, so erhält er 10 Euro. Tritt die "6" gar nicht auf, so erhält er 15 Euro.
 - a) Die Zufallsgröße X bezeichne den (eventuell negativen) Gewinn des Spielers. Geben Sie die Verteilungsfunktion von X an und skizzieren Sie diese.
 - b) Entscheiden Sie mit Hilfe des Erwartungswertes von X , ob es für den Spieler lohnenswert ist, sich oft an dem Spiel zu beteiligen?
 - c) Bei welchem Einsatz (und ansonsten unveränderten Bedingungen) würde ein gerechtes Spiel entstehen?
5. Aus statistischen Untersuchungen ergibt sich, dass 21% aller Deutschen häufig Bücher lesen. Es werde angenommen, dass Unabhängigkeit beim Leseverhalten besteht.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter fünf zufällig ausgewählten Deutschen genau zwei Personen befinden, die häufig Bücher lesen?
 - b) Wieviel Deutsche müssten mindestens befragt werden, um mit einer Mindestwahrscheinlichkeit von 0,955 unter ihnen mindestens eine Person, die häufig Bücher liest, zu finden?
6. Die Anzahl der Schreibfehler auf jeder Seite eines Manuskriptes werde als Poisson-verteilte Zufallsgröße modelliert. Genau die Hälfte der Seiten des Manuskriptes enthält keinen einzigen Schreibfehler. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Manuskriptseite mindestens zwei Schreibfehler enthält?