

Klausur Wahrscheinlichkeitstheorie für Informatiker und Grundschullehrer  
(16.2.2015)

**Hinweis:** Als Hilfsmittel sind nur Taschenrechner zugelassen. Die Lösungsschritte sind deutlich darzulegen. Bei alleiniger Ergebnisangabe o.ä. kann Punktabzug erfolgen. Mobiltelefone bitte ausschalten und nicht auf dem Arbeitsplatz ablegen.

1. Es sei  $S$  die Menge aller neunstelligen Zahlen, bei denen jede der neun Ziffern  $1, 2, \dots, 9$  genau einmal vorkommt.
  - a) Wieviel Zahlen gehören zur Menge  $S$ ?
  - b) Wieviel Zahlen der Menge  $S$  haben die Ziffer 1 an der ersten Stelle?
  - c) Wieviel Zahlen der Menge  $S$  haben die Ziffern 1 und 2 an den ersten beiden Stellen, wobei die Reihenfolge dieser beiden Ziffern beliebig sein darf?
  - d) Wieviel Zahlen der Menge  $S$  haben die Eigenschaft, daß die Ziffern 1 und 2 unmittelbar nebeneinander stehen, wobei die Reihenfolge dieser beiden Ziffern beliebig sein darf?
  - e) Aus der Menge  $S$  werde zufällig eine Zahl ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei dieser Zahl die Ziffer 1 an der ersten Stelle steht?
2. Von zwei zufälligen Ereignissen  $A$  und  $B$  seien die folgenden Wahrscheinlichkeiten bekannt:  $P((A \cup B) \setminus (A \cap B)) = 0,6$ ,  $P(A \setminus B) = 0,4$ ,  $P(A \cup B) = 0,8$ . Berechnen Sie  $P(A \cap B)$ ,  $P(A)$ ,  $P(\bar{A})$ ,  $P(B \setminus A)$  und  $P(B)$ .
3. Bei einer Münze  $M_1$  trete "Wappen" mit Wahrscheinlichkeit  $p_1$  und bei einer Münze  $M_2$  mit Wahrscheinlichkeit  $p_2$  auf. Es gelte  $1 > p_1 > p_2 > 0$ . Mit diesen beiden Münzen sollen insgesamt drei Würfe ausgeführt werden. und zwar so, daß die Münzen abwechselnd verwendet werden. Mit welcher Münze hätte man zu beginnen, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, daß "Wappen" mindestens zweimal nacheinander auftritt, möglichst groß sein soll? (Es werde unterstellt, daß die Würfe unabhängig voneinander erfolgen.)
4. Ein lederverarbeitender Betrieb importiert Rinderhäute aus Südamerika. Jede einzelne Lieferung von Häuten stammt entweder vollständig von einem kranken Rinderbestand oder vollständig von einem gesunden Rinderbestand. Es sei bekannt, daß 20% der importierten Lieferungen von kranken Rinderbeständen stammen. Bei Lieferungen aus kranken Beständen sind 15% aller Häute unbrauchbar. Bei Lieferungen aus gesunden Beständen sind 5% aller Häute unbrauchbar. Eine aus einer Lieferung zufällig ausgewählte Haut erwies sich als brauchbar. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Lieferung von einem kranken Bestand stammt?
5. Es sei  $X$  eine stetige Zufallsgröße mit einer überall differenzierbaren Verteilungsfunktion  $F_X$  und einer Verteilungsdichte  $f_X$ . Drücken Sie die Verteilungsfunktion bzw. Verteilungsdichte der Zufallsgröße  $-5X + 4$  durch  $F_X$  bzw.  $f_X$  aus.

6. Die Wahrscheinlichkeit, daß an einem bestimmten Ort an irgendeinem Tag ein bestimmter Wert bei der Luftverschmutzung überschritten wird, sei  $0,2$ . Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß der Wert an diesem Ort innerhalb von  $30$  Tagen genau viermal überschritten wird,
- a) exakt,
  - b) näherungsweise mit Hilfe der Poisson-Verteilung.