

7. Übungsblatt zu “Mathematik I für Wirtschaftswissenschaftler”

Leipzig, den 20.11.2017

25.) Bestimmen Sie – durch Rechnung – die kleinste natürliche Zahl  $n$ , für die gilt:

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} > 2,71828.$$

26.) Es seien  $a, b, c$  positive reelle Zahlen mit  $b \neq 1 \neq c$ . Beweisen Sie:

$$\log_b(a) = \frac{\log_c(a)}{\log_c(b)}.$$

Siehe hierzu auch Satz 2.24.

*Hinweis:* Setzen Sie  $x := \log_b(a)$ ,  $y := \log_c(a)$ ,  $z := \log_c(b)$ , und zeigen Sie:

$$c^y = c^{z \cdot x}.$$

27.) Gegeben seien die Abbildungen  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  und  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  durch

$$f(x) := (x, 0), \quad g(x, y) := x.$$

- i) Berechnen Sie  $(g \circ f)(x)$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ .
- ii) Berechnen Sie  $(f \circ g)(x, y)$  für alle  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .
- iii) Untersuchen Sie alle vier Abbildungen  $f, g, g \circ f, f \circ g$  auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.

28.) Es seien  $f : A \rightarrow B$  und  $g : B \rightarrow C$  Abbildungen. Beweisen Sie:

- i) Sind  $f$  und  $g$  injektiv, so ist auch  $g \circ f$  injektiv.
- ii) Sind  $f$  und  $g$  surjektiv, so ist auch  $g \circ f$  surjektiv.
- iii) Ist  $g \circ f$  injektiv, so ist auch  $f$  injektiv.
- iv) Ist  $g \circ f$  surjektiv, so ist auch  $g$  surjektiv.