

Klausur Wahrscheinlichkeitstheorie für Informatiker und Lehrer
(13.2.2017)

Hinweis: Als Hilfsmittel sind nur Taschenrechner zugelassen. Mobiltelefone bitte ausschalten und nicht auf dem Arbeitsplatz ablegen. Die Lösungsschritte sind deutlich darzulegen. Das betrifft besonders die Aufgabe 1. Bei alleiniger Ergebnisangabe o.ä. kann Punktabzug erfolgen.

1. Auf wieviel verschiedene Weisen können 16 Geschenke auf 10 (unterscheidbare) Kinder verteilt **sein**, wenn
 - a) es sich um gleiche (d.h. nicht unterscheidbare) Geschenke handelt und die Aufteilung der Geschenke ganz beliebig sein darf,
 - b) die Geschenke gleich sind und jedes Kind mindestens ein Geschenk erhalten soll,
 - c) die Geschenke verschieden (d.h. unterscheidbar) sind und die Aufteilung der Geschenke ganz beliebig sein darf,
 - d) die Geschenke verschieden sind und sich der Erste, der Zweite und der Dritte eines Mathematikwettbewerbs unter den Kindern befinden, die entsprechend ihrer Platzierung vier, drei bzw. zwei Geschenke erhalten sollen, während alle anderen Kinder je ein Geschenk erhalten sollen?

Hinweis: Die Ergebnisse dieser Aufgabe brauchen nicht explizit ausgerechnet zu werden. Es genügen Terme, bei denen Binomialkoeffizienten o.ä. vorkommen.

2. Von zwei zufälligen Ereignissen A und B seien die folgenden Wahrscheinlichkeiten bekannt: $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$, $P(A \cup B) = \frac{9}{10}$, $P(\overline{A}) = \frac{6}{10}$. Berechnen Sie $P(A)$, $P(A \setminus B)$, $P(B)$, $P(\overline{A} \cap B)$, $P(\overline{A} \cup \overline{B})$, $P(A \cup \overline{B})$.
3. Die Bevölkerung einer bestimmten Stadt besteht zu 60% aus Angehörigen der Nationalität N_1 und zu 40% aus Angehörigen der Nationalität N_2 . Der Anteil der Menschen aus N_1 , die Englisch sprechen, beträgt 20%, der aus N_2 beträgt 30%. Ein Tourist fragt einen zufällig vorbeikommenden Einheimischen nach dem Weg und erhält eine Antwort auf Englisch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich um einen Angehörigen der Nationalität N_1 handelt?
4.
 - a) Für welchen Wert des positiven reellen Parameters a ist die Funktion f_a :
$$f_a(x) = \begin{cases} ax, & x \in [0, a] \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus [0, a] \end{cases}$$
 eine Verteilungsdichte?
 - b) Berechnen Sie den Erwartungswert einer Zufallsgröße mit der unter a) ermittelten Verteilungsdichte.
5. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit (als auf vier Stellen gerundete Dezimalzahl), dass unter 100 Kindern einer Schulklasse mindestens drei am 1. September Geburtstag haben

- a) auf exaktem Wege,
- b) durch Approximation mit Hilfe der Poisson-Verteilung.

Es sei dabei vorausgesetzt, dass ein Jahr aus 365 Tagen besteht, jeder Tag für jedes Kind mit der gleichen Wahrscheinlichkeit Geburtstag sein kann, die Geburtstage der Kinder unabhängig voneinander sind und die Zeitspanne der möglichen Geburtstage genau ein Jahr umfasst.

6. Die Wartezeit (in Minuten) am Schalter einer Paketannahmestelle werde als exponentialverteilte Zufallsgröße modelliert.
 - a) Die durchschnittliche Wartezeit beträgt eine Viertelstunde. Geben Sie auf der Grundlage dieser Information eine Schätzung für den Parameter α der Exponentialverteilung an.
 - b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (als auf zwei Stellen gerundete Dezimalzahl), dass man am Schalter mindestens zehn Minuten warten muss?
 - c) Eine Sekretärin bringt einmal pro Arbeitstag Pakete zur Annahmestelle. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (als auf zwei Stellen gerundete Dezimalzahl), dass sie während einer Arbeitswoche aus fünf Arbeitstagen genau dreimal mindestens zehn Minuten warten muss?