

8. Übung zur Vorlesung Analysis
für Grund-, Mittel- und Förderschullehramt

Mathematisches Institut, Universität Leipzig

Dozent: Dr. Jan-David Hardtke

Ausgabe: Freitag, 1.12.2017

Abgabe: Freitag, 8.12.2017 bis **spätestens** 12:00 Uhr im Postfach Hardtke im Raum A 514 oder im Anschluß an die Donnerstagsvorlesung (verspätete Abgaben werden nicht bewertet).

Wichtig: Alle Abgaben sind mit Namen, Matrikelnummer, Übungstermin und Namen des Übungsleiters zu versehen. Die Übungen müssen **selbstständig** bearbeitet werden (keine Partnerabgabe).

Aufgabe 1 (2+2 Punkte). Beweisen Sie die folgenden Formeln (wobei $x \in \mathbb{R}$ beliebig ist):

1) $\sin(3x) = 3 \sin(x) - 4 \sin^3(x)$

2) $\cos(3x) = 4 \cos^3(x) - 3 \cos(x)$

(Sie dürfen dazu alle Formeln aus Satz V.4.3. verwenden, auch die, welche in der Vorlesung nicht explizit bewiesen wurden.)

Aufgabe 2 (2+2 Punkte).

1) Zeigen Sie für alle $x \in \mathbb{R}$:

$$\cos^2(x/2) = \frac{1 + \cos(x)}{2} \quad \text{und} \quad \sin^2(x/2) = \frac{1 - \cos(x)}{2}.$$

2) Sei $D := \mathbb{R} \setminus \{k\pi + \pi/2 : k \in \mathbb{Z}\}$. Seien $x, y \in D$ mit $x + y \in D$. Zeigen Sie

$$\tan(x + y) = \frac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x)\tan(y)}.$$

(Auch für diese Aufgabe dürfen Sie alle Formeln aus Satz V.4.3. verwenden.)

Aufgabe 3 (1+1+1+1 Punkte). Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen (der Definitionsbereich ist jeweils ganz \mathbb{R}). Geben Sie ihren Rechenweg mit an und vereinfachen Sie das Ergebnis noch so weit wie möglich.

$$(a) f(x) = x^2 e^x$$

$$(b) f(x) = \frac{1}{x^4 + 2x^2 + 1}$$

$$(c) f(x) = \frac{x^5 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

$$(d) f(x) = (x^2 + 1)e^{x^2+1}$$

Aufgabe 4 (1+1+1+1 Punkte). Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen (der Definitionsbereich ist jeweils ganz \mathbb{R}). Geben Sie ihren Rechenweg mit an und vereinfachen Sie das Ergebnis noch so weit wie möglich.

$$(a) f(x) = (x^2 - 3x)^{10^{10}}$$

$$(b) f(x) = \frac{e^{x^3}}{2x^2 + 5}$$

$$(c) f(x) = e^{e^x}$$

$$(d) f(x) = (e^{x^2} + x^2)^6$$