

Übungsaufgaben Wahrscheinlichkeitstheorie II

Prof. Dr. B. Fritzsche - Wintersemester 2017/2018
Serie IX - Abgabe am 19.12.2017 bis spätestens 11.15 Uhr

IX-1. Seien $(\Omega_1, \mathfrak{A}_1)$ und $(\Omega_2, \mathfrak{A}_2)$ nichttriviale meßbare Räume. Weiterhin seien $\omega_1 \in \Omega_1$ sowie $\omega_2 \in \Omega_2$. Begründen Sie die Gültigkeit folgender Aussage: Es sind

$$C_{\omega_1 \bullet} := \{A \in \mathcal{P}(\Omega_1 \times \Omega_2) : A_{\omega_1 \bullet} \in \mathfrak{A}_2\} \quad \text{und} \quad C_{\bullet \omega_2} := \{A \in \mathcal{P}(\Omega_1 \times \Omega_2) : A_{\bullet \omega_2} \in \mathfrak{A}_1\}$$

σ -Algebren in $\Omega_1 \times \Omega_2$, welche $\mathfrak{A}_1 \otimes \mathfrak{A}_2$ umfassen.

IX-2. Seien $(\Omega_1, \mathfrak{A}_1, \mu_1)$ und $(\Omega_2, \mathfrak{A}_2, \mu_2)$ nichttriviale Maßräume, wobei $\mu_2(\Omega_2) < +\infty$ vorausgesetzt sei. Begründen Sie, dass die Menge \mathcal{D}_{μ_2} aller $Q \in \mathfrak{A}_1 \otimes \mathfrak{A}_2$, für welche die gemäß $s_{Q, \mu_2}(\omega_1) := \mu_2(Q_{\omega_1 \bullet})$ definierte Funktion $s_{Q, \mu_2} : \Omega_1 \rightarrow [0, +\infty]$ zu $\mathcal{E}^*(\Omega_1, \mathfrak{A}_1)$ gehört, ein Dynkin-System ist.

IX-3. Seien $(\Omega_1, \mathfrak{A}_1, \mu_1)$ und $(\Omega_2, \mathfrak{A}_2, \mu_2)$ nichttriviale Maßräume. Weiterhin sei $Q \in \mathfrak{A}_1 \otimes \mathfrak{A}_2$. Zeigen Sie die Gültigkeit folgender Aussagen:

- (a) Sei μ_2 σ -endlich. Dann gehört die gemäß $\omega_1 \mapsto \mu_2(Q_{\omega_1 \bullet})$ definierte Funktion $s_{Q, \mu_2} : \Omega_1 \rightarrow [0, +\infty]$ zu $\mathcal{E}^*(\Omega_1, \mathfrak{A}_1)$.
- (b) Sei μ_1 σ -endlich. Dann gehört die gemäß $\omega_2 \mapsto \mu_1(Q_{\bullet \omega_2})$ definierte Funktion $t_{Q, \mu_1} : \Omega_2 \rightarrow [0, +\infty]$ zu $\mathcal{E}^*(\Omega_2, \mathfrak{A}_2)$.

*Wir laden Euch zur alljährlichen Weihnachtsvorlesung am 12.12.2017 um 19.00 Uhr in den Hörsaal 9 ein!
Dr. Heiner Olbermann hält die Vorlesung und der Chor stimmt uns musikalisch auf die Feiertage ein. Dazu gibt es weihnachtliche Getränke, Gebäck und festliche Stimmung. Wir freuen uns auf Euch.
Der Fachschaftsrat*